

5

项目五

控制测量

学习目标

- 掌握控制测量的作用、布设形式、等级和技术要求。
- 掌握导线测量的外业工作及其内业计算方法。
- 能够进行导线测量的外业工作及内业计算。
- 能够进行高程控制测量工作。



第一节 控制测量概述

控制测量的作用是限制测量误差的传播和积累,保证必要的测量精度,使分区的测图能拼接成整体,整体设计的工程建筑物能分区施工放样。控制测量贯穿在工程建设的各个阶段:在工程勘测的测图阶段,需要进行控制测量;在工程施工阶段,要进行施工控制测量;在工程竣工后的运营阶段,为观测建筑物变形需要进行专用控制测量。

控制测量分为平面控制测量和高程控制测量,平面控制测量确定控制点的平面位置 (X,Y) ,高程控制测量确定控制点的高程 H 。

一、平面控制测量

平面控制网常规的布设方法有 GPS 网、导线网、三角网。GPS 网就是采用 GPS 定位技术所建立的测量控制网;导线网是把控制点连成折线多边形,测定各边长和相邻边夹角,计算它们的相对平面位置;三角网是测定三角形的所有内角及少量边,通过计算确定控制点的平面位置。

在全国范围内布设的平面控制网,称为国家平面控制网。国家平面控制网采用逐级控制、分级布设的原则,可分为二、三、四等,一、二、三级。其主要由三角网法布设,在西部困难地区采用导线网法。一等三角锁(由一系列连续三角形构成的锁链状的平面控制图形,称为三角锁)沿经线和纬线布设成纵横交叉的三角锁系,锁长 200~250 km,构成许多锁环。如图 5-1 所示,一等三角锁内由近于等边的三角形组成,边长为 20~30 km。二等三角测量有两种布网形式,一种是由纵横交叉的两条二等基本锁将一等锁环划分成 4 个大致相等的部分,这 4 个空白部分用二等补充网填充,称为纵横锁系布网方案;另一种是在一等锁环内布设全面二等三角网,称为全面布网方案。二等基本锁的边长为 20~25 km,二等网的平均边长为 13 km。一等锁的两端和二等网的中间,都要测定起算边长、天文经纬度和方位角,所以国家一、二等网合称为天文大地网。我国天文大地网于 1951 年开始布设,1961 年基本完成,1975 年修测工作全部结束,全网约有 5 万个大地点。

在城市地区为满足大比例尺测图和城市建设施工的需要,通常布设城市平面控制网。城市平面控制网是在国家控制网的控制下、按城市范围大小布设的不同等级的平面控制网,分为二、三、四等三角网,一、二级小三角网及图根或三、四等,一、二、三级和图根导线网。城市三角测量和导线测量的主要技术要求见表 5-1、表 5-2。

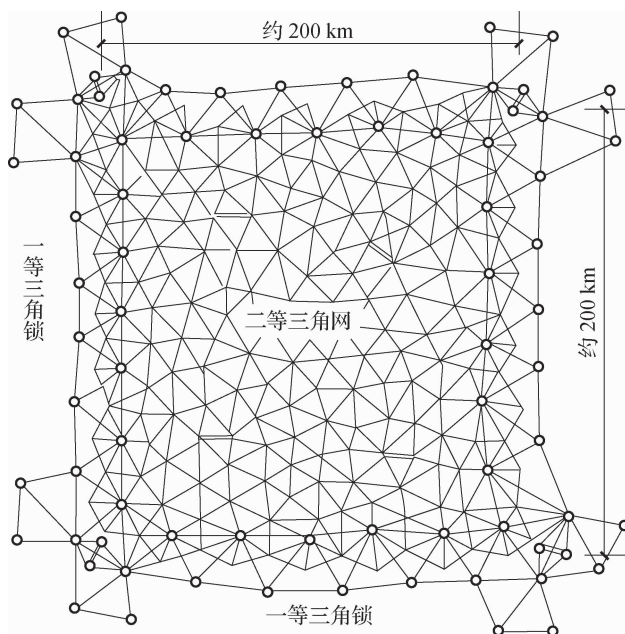


图 5-1 国家一、二等三角网

表 5-1 城市三角测量的主要技术要求

等级	平均边长 / km	测角中 误差/($''$)	起始边相对 中误差	最弱边边长 相对中误差	测回数			三角形最大 闭合差/($''$)
					DJ ₁	DJ ₂	DJ ₆	
二等	9	± 1	1/250 000	1/120 000	12	—	—	± 3.5
三等	4.5	± 1.8	1/150 000	1/70 000	6	9	—	± 7
四等	2	± 2.5	1/100 000	1/40 000	4	6	—	± 9
一级小三角	1	± 5	1/40 000	1/20 000	—	2	4	± 15
二级小三角	0.5	± 10	1/20 000	1/10 000	—	1	2	± 30
图根	最大视距 的 1.7 倍	± 20	1/10 000					± 60

注 1:当最大测图比例尺为 1:1 000 时,一、二级小三角边长可适当放长,但最长不大于表中规定的 2 倍。

注 2:图根小三角方位角闭合差为 $\pm 40''/\sqrt{n}$, n 为测站数。

表 5-2 城市导线测量的主要技术要求

等级	导线长度 / km	平均边长 / km	测角 中误差 / (")	测距 中误差 / mm	测距相对 中误差	测回数			方位角 闭合差 / (")	导线全长 相对闭 合差
						DJ ₁	DJ ₂	DJ ₆		
三等	14	3	±1.8	±20	1/150 000	6	10	—	$3.6 \sqrt{n}$	1/55 000
四等	9	1.5	±2.5	±18	1/80 000	4	6	—	$5 \sqrt{n}$	1/35 000
一级	3.6	0.5	±5	±15	1/30 000	—	2	4	$10 \sqrt{n}$	1/15 000
二级	2.4	0.25	±8	±15	1/14 000	—	1	3	$16 \sqrt{n}$	1/10 000
三级	1.5	0.1	±12	±15	1/7 000	—	1	2	$24 \sqrt{n}$	1/5 000
图根	≤1.0M		±30						$60 \sqrt{n}$	1/2 000

注 1: n 为测站数, M 为测图比例尺分母。

注 2: 图根测角中误差为 ±30", 首级控制为 ±30", 方位角闭合差一般为 ±60" / \sqrt{n} , 首级控制为 ±40" / \sqrt{n} 。

20 世纪 80 年代末, 卫星全球定位系统 (GPS) 开始在我国用于建立平面控制网, 目前已成为建立平面控制网的主要方法。根据我国 2009 年颁布的《全球定位系统 (GPS) 测量规范》(GB/T 18314—2009) 的要求, GPS 测量按精度划分, 可划分为 A、B、C、D、E 五级。

各级 GPS 测量的用途如下:

(1) A 级主要用于建立国家一等大地控制网, 进行全球性的地球动力学研究、地壳形变测量和精密定轨等。

(2) B 级主要用于建立国家二等大地控制网, 建立地方或城市坐标基准框架、区域性的地球动力学研究和地壳形变测量、局部形变监测和各种精密工程测量等。

(3) C 级主要用于建立国家三等大地控制网, 以及建立区域、城市及工程测量的基本控制网。

(4) D 级主要用于建立四等大地控制网。

(5) E 级主要用于中、小城市, 城镇及测图, 地籍, 土地信息, 房产, 物探, 勘测, 建筑施工等的控制测量。

各级 GPS 网的精度要求应符合表 5-3 和表 5-4 的要求。

表 5-3 A 级 GPS 网的精度要求

级 别	坐标年变化率中误差		相对精度	地心坐标各分量 年平均中误差/mm
	水平分量/(mm · a ⁻¹)	垂直分量/(mm · a ⁻¹)		
A	2	3	1×10^{-8}	0.5



表 5-4 B、C、D、E 级 GPS 网的精度要求

级 别	相邻点基线分量中误差		相邻点平均距离/km
	水平分量/(mm·a ⁻¹)	垂直分量/(mm·a ⁻¹)	
B	5	10	50
C	10	20	20
D	20	40	5
E	20	40	3

二、高程控制测量

高程控制测量就是在测区布设高程控制点,即水准点,用精确方法测定它们的高程,构成高程控制网。高程控制测量的主要方法有水准测量和三角高程测量。

国家高程控制网是用精密水准测量方法建立的,所以又称为国家水准网。国家水准网的布设也是采用从整体到局部,由高级到低级,分级布设、逐级控制的原则。国家水准网分为 4 个等级。一等水准网是沿平缓的交通路线布设成周长约 1 500 km 的环形路线。一等水准网是精度最高的高程控制网,它是国家高程控制的骨干,也是地学科研工作的主要依据。二等水准网布设在一等水准环线内,形成周长为 500~750 km 的环线。它是国家高程控制网的全面基础。三、四等水准网直接为地形测图或工程建设提供高程控制点。三等水准一般布设成附合在高级点间的附合水准路线,长度不超过 200 km。四等水准均为附合在高级点间的附合水准路线,长度不超过 80 km。

城市高程控制网是用水准测量方法建立的,称为城市水准测量。按其精度要求分为二、三、四、五等水准和图根水准。根据测区的大小,各级水准均可首级控制。首级控制网应布设成环形路线,加密时宜布设成附合路线或结点网。水准测量的主要技术指标见表 5-5。

在丘陵或山区,高程控制量测量可采用三角高程测量。光电测距三角高程测量现已用于(代替)四、五等水准测量。

表 5-5 水准测量的主要技术指标

等 级	每千米高差中误差/mm	水准仪的型号	水准尺	观测次数		往返较差、附合或环线闭合差	
				与已知点连测	附合路线或环线	平地/mm	山地/mm
二等	2	DS1	因瓦	往返各一次	往返各一次	$4\sqrt{L}$	—
三等	6	DS1	因瓦	往返各一次	往一次	$12\sqrt{L}$	$15\sqrt{n}$
		DS3	双面		往返各一次		
四等	10	DS3	双面	往返各一次	往一次	$20\sqrt{L}$	$25\sqrt{n}$
五等	15	DS3	单面	往返各一次	往一次	$30\sqrt{L}$	—

注 1: 结点之间或结点与高级点之间,其路线的长度不应大于表中规定的 0.7 倍。

注 2: L 为往返测段,附合或环线的水准路线长度以千米(km)为单位; n 为测站数。

三、小区域控制测量

在面积小于 15 km^2 的区域内建立的控制网,称为小区域控制网。建立小区域控制网时,应尽量与国家(或城市)已建立的高级控制网连测,将高级控制点的坐标和高程,作为小区域控制网的起算和校核数据。如果周围没有国家(或城市)控制点,或附近有这种国家控制点而不方便连测时,可以建立独立控制网。此时,控制网的起算坐标和高程可自行假定,坐标方位角可用测区中央的磁方位角代替。

小区域平面控制网,应根据测区面积的大小和工程要求,按精度要求分级建立。在全测区范围内建立三、四等水准路线和水准网,再以三、四等水准点为基础,测定图根点的高程。在全测区范围内建立的精度最高的控制网,称为首级控制网;直接为测图而建立的控制网,称为图根控制网。首级控制网和图根控制网的关系见表 5-6。

表 5-6 首级控制网和图根控制网的关系

测区面积/ km	首级控制网	图根控制网
1~10	一级小三角或一级导线	两级图根
0.5~2.0	二级小三角或二级导线	两级图根
0.5 以下	图根控制	

第二节 导线测量

将测区内相邻控制点用直线连接而构成的折线图形,称为导线。构成导线的控制点,称为导线点。导线测量就是依次测定各导线边的长度和各转折角值,再根据起算数据,推算出各边的坐标方位角,从而求出各导线点的坐标。

导线测量是建立小区域平面控制网常用的一种方法,特别是在地物分布复杂的建筑区、视线障碍较多的隐蔽区和带状地区,多采用导线测量。

用经纬仪测量转折角,用钢尺测定导线边长的导线,称为经纬仪导线;若用光电测距仪测定导线边长,则称为光电测距导线。

一、导线的布设形式

1. 闭合导线

如图 5-2 所示,导线从已知控制点 B 和已知方向 BA 出发,经过点 1、2、3、4 最后仍回到起点 B ,形成一个闭合多边形,这样的导线称为闭合导线。闭合导线本身存在着严密的几何条件,具有检核作用。

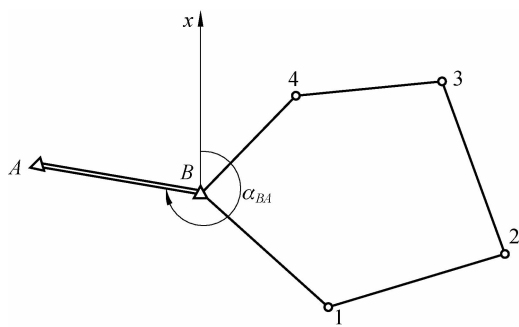


图 5-2 闭合导线

2. 附和导线

如图 5-3 所示,导线从已知控制点 B 和已知方向 AB 出发,经过 1、2、3 点,最后附和到另一个已知点 C 和已知方向 CD 上,这样的导线称为附和导线。这种布设形式具有检核观测成果的作用。

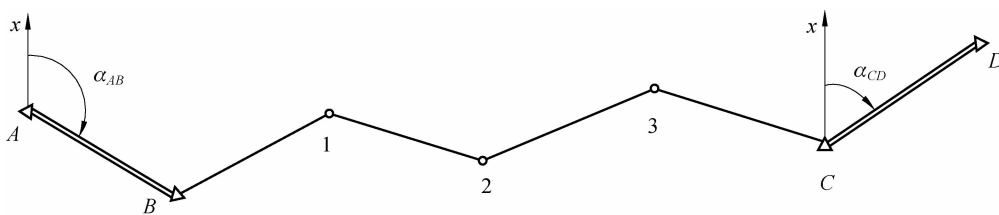


图 5-3 附和导线

3. 支导线

由一个已知点和已知方向出发,既不附和到另一个已知点,又不回到原起始点的导线,称为支导线。如图 5-4 所示, B 为已知控制点, α_{AB} 为已知方向,1、2 为支导线点。

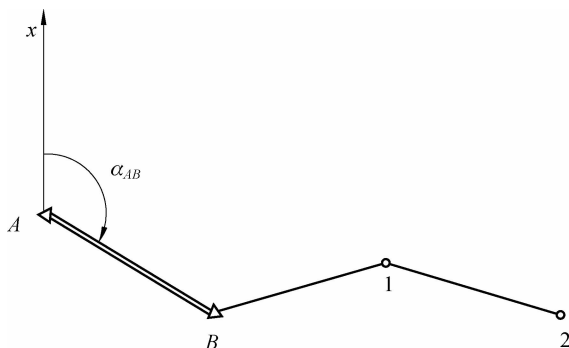


图 5-4 支导线

二、导线的等级与技术要求

(1) 采用导线测量方法时,可布设三、四等和一、二、三级平面控制网。

(2)采用电磁波测距导线测量方法布设平面控制网的主要技术要求应符合表 5-7 的规定。

表 5-7 电磁波测距导线测量的主要技术要求

等 级	附和导线长度 / km	平均边长/m	测距中误差 /mm	测角中误差 /(")	导线全长相对闭合差
三等	≤15	3 000	≤±18	≤±1.5	≤1/60 000
四等	≤10	1 600	≤±18	≤±2.5	≤1/40 000
一级	≤3.6	300	≤±15	≤±5	≤1/14 000
二级	≤2.4	200	≤±15	≤±8	≤1/10 000
三级	≤1.5	120	≤±15	≤±12	≤1/6 000

(3)导线和导线网的主要技术要求应符合下列规定：

①一、二、三级导线的布设可根据高级控制点的密度、道路的曲折、地物的疏密等具体条件,选用两个级别。

②导线网中结点与高级点间或结点与结点间的导线的长度不应大于附和导线规定长度的 0.7 倍。

③当附和导线长度短于规定长度的 1/3 时,导线全长的绝对闭合差不应大于 13 cm。

④光电测距导线的总长和平均边长可放长至 1.5 倍,但其绝对闭合差不应大于 26 cm。当附和导线的边数超过 12 条时,其测角精度应提高一个等级。

⑤导线网做首级控制时,应布设成多边形格网;作为加密网时,可布设成单线、单结点或多结点导线网。导线相邻边长之比不宜超过 1:3。

(4)各等级导线测量水平角观测技术要求应符合表 5-8 的规定。

表 5-8 各等级导线测量水平角观测技术要求

等 级	测角中误差 /(")	测 回 数			方位角闭合差
		DJ ₁	DJ ₂	DJ ₆	
三等	≤±1.5	8	12	—	≤±3 \sqrt{n}
四等	≤±2.5	4	6	—	≤±5 \sqrt{n}
一级	≤±5	—	2	4	≤±10 \sqrt{n}
二级	≤±8	—	1	3	≤±16 \sqrt{n}
三级	≤±12	—	1	2	≤±24 \sqrt{n}

三、导线测量的外业工作

导线测量的外业工作包括踏勘、选点及埋石,测角,测边和测定方向。

1. 踏勘、选点及埋石

踏勘是为了了解测区范围、地形及控制点情况,以便确定导线的形式和布置方案;选点应考虑便于导线测量、地形测量和施工放样。选点应遵循的原则如下:



- (1) 相邻导线点间必须通视良好。
- (2) 等级导线点应便于加密图根点,导线点应选在地势高、视野开阔,便于碎部测量的地方。
- (3) 导线边长应大致相同。
- (4) 导线点应密度适宜,点位均匀,土质坚硬,易于保存和寻找。

选好点后应直接在地上打入木桩。桩顶钉一小铁钉或划“+”作点的标志。必要时在木桩周围灌上混凝土,如图 5-5(a)所示。如导线点需要长期保存,则应埋设混凝土桩或标石,如图 5-5(b)所示。埋桩后应统一进行编号。为了便于今后查找,应量出导线点至附近明显地物的距离。绘出草图,注明尺寸,称为点之记。点之记如图 5-5(c)所示。

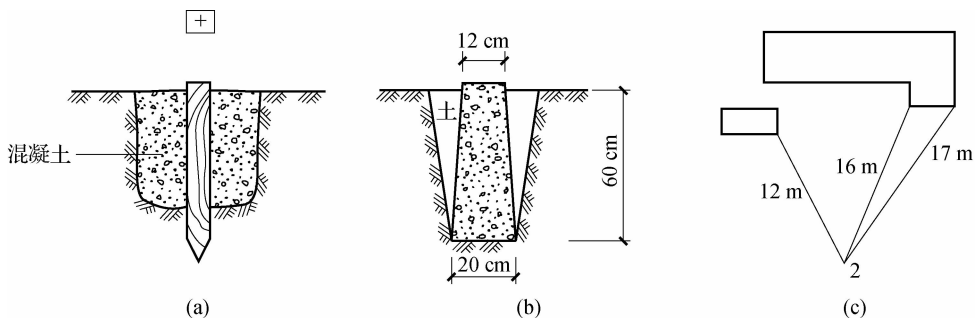


图 5-5 导线点标志和点之记

2. 测角

附和导线既可测左角,也可测右角,闭合导线测内角,精度要求见表 5-8。

3. 测边

传统导线测边可采用钢尺、测距仪需进行(气象、倾斜改正)、视距法等方法。随着测绘技术的发展,目前全站仪已成为距离测量的主要手段。

4. 测定方向

测区内有国家高级控制点时,可与控制点连测推求方位,包括测定连测角和连测边;当连测有困难时,也可采用罗盘仪测磁方位或用陀螺经纬仪测定方向。

四、导线测量的内业计算

导线的内业计算,就是根据起始点的坐标和起始边的坐标方位角,以及所观测的导线边长和转折角,计算各导线点的坐标。计算的目除了求得各导线点的坐标外,还有就是检核导线外业测量成果的精度。

计算之前,应先全面检查导线测量外业记录、数据是否齐全,有无记错、算错,成果是否符合精度要求,起算数据是否准确。然后绘制计算略图,将各项数据注在图上的相应位置。

易学易用

坐标计算的基本公式

1. 坐标正算

坐标正算,就是根据直线的边长、坐标方位角和一个端点的坐标,计算直线另一个端点

的坐标的工作。如图 5-6 所示,设直线 AB 的边长 D_{AB} 和一个端点 A 的坐标 x_A, y_A 为已知,则直线另一个端点 B 的坐标为

$$x_B = x_A + \Delta x_{AB} \quad (5-1)$$

$$y_B = y_A + \Delta y_{AB} \quad (5-2)$$

式中, Δx_{AB} 、 Δy_{AB} 称为坐标增量,也就是直线两端点 A 、 B 的坐标值之差。根据三角函数,可写出坐标增量的计算公式为

$$\Delta x_{AB} = D_{AB} \cos \alpha_{AB} \quad (5-3)$$

$$\Delta y_{AB} = D_{AB} \sin \alpha_{AB} \quad (5-4)$$

式中, Δx_{AB} 、 Δy_{AB} 的符号取决于方位角 α 所在的象限。

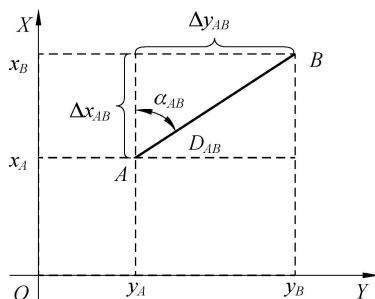


图 5-6 坐标增量计算

【例 5-1】 已知直线 $B1$ 的边长为 125.36 m, 坐标方位角为 $211^\circ 07' 53''$, 其中一个端点 B 的坐标为 (1 536.86, 837.54), 求直线另一个端点 1 的坐标 (x_1, y_1) 。

【解】 先将数据代入式(5-3)、式(5-4), 求出直线 $B1$ 的坐标增量为

$$\Delta x_{B1} = D_{B1} \cos \alpha_{B1} = 125.36 \times \cos 211^\circ 07' 53'' = -107.31(\text{m})$$

$$\Delta y_{B1} = D_{B1} \sin \alpha_{B1} = 125.36 \times \sin 211^\circ 07' 53'' = -64.81(\text{m})$$

然后代入式(5-1)、式(5-2), 求出直线另一端点 1 的坐标为

$$x_1 = x_B + \Delta x_{B1} = 1\,536.86 - 107.31 = 1\,429.55(\text{m})$$

$$y_1 = y_B + \Delta y_{B1} = 837.54 - 64.81 = 772.73(\text{m})$$

坐标增量计算也常使用小型计算器计算,而且非常简单。如使用 f_x140 等类型的计算器,可使用功能转换键 $\boxed{\text{INV}}$ 和极坐标与直角坐标换算键 $\boxed{\text{P}\rightarrow\text{R}}$ 及 $\boxed{x\leftrightarrow y}$ 键。按键和显示顺序如下:

按 $D \rightarrow \boxed{\text{INV}} \rightarrow \boxed{\text{P}\rightarrow\text{R}} \rightarrow \alpha \rightarrow \boxed{=}$ 后,显示 Δx ;再按 $\boxed{x\leftrightarrow y}$ 后,显示 Δy 。

如例 5-1,按 $125.36 \rightarrow \boxed{\text{INV}} \rightarrow \boxed{\text{P}\rightarrow\text{R}} \rightarrow 211^\circ 07' 53'' \rightarrow \boxed{=}$ 后,显示 $-107.31(\Delta x_{B1})$;再按 $\boxed{x\leftrightarrow y}$ 后,显示 $-64.81(\Delta y_{B1})$ 。

2. 坐标反算

坐标反算,就是根据直线两个端点的已知坐标,计算直线的边长和坐标方位角的工作。如图 5-6 所示,若 A 、 B 为两已知点,其坐标分别为 (x_A, y_A) 和 (x_B, y_B) ,根据三角函数,可以得出直线的边长和坐标方位角计算公式为



$$\tan \alpha_{AB} = \frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

则

$$\alpha_{AB} = \arctan \frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}} = \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad (5-5)$$

$$D_{AB} = \frac{\Delta y_{AB}}{\sin \alpha_{AB}} = \frac{x_{AB}}{\cos \alpha_{AB}}$$

或

$$D_{AB} = \sqrt{\Delta x_{AB}^2 + \Delta y_{AB}^2} \quad (5-6)$$

应当注意,按式(5-5)用计算器计算时显示的反正切函数值在 $-90^\circ \sim +90^\circ$ 之间,而坐标方位角范围是 $0^\circ \sim 360^\circ$,所以按式(5-5)反算方位角时,要根据 Δx_{AB} 、 Δy_{AB} 的正负号确定直线AB所在的象限,从而得出正确的坐标方位角,换算的方式按表5-9进行计算。

表 5-9 坐标反算换算表

AB 直线所在象限	方位角
第一象限 (Δx 、 Δy 同正)	$\alpha_{AB} = \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
第二象限 (Δx 为负、 Δy 为正)	$\alpha_{AB} = 180^\circ + \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
第三象限 (Δx 、 Δy 同负)	$\alpha_{AB} = 180^\circ + \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
第四象限 (Δx 为正、 Δy 为负)	$\alpha_{AB} = 360^\circ + \arctan \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

如使用 $f_x 140$ 等类型的计算器,可使用功能转换键 $\boxed{\text{INV}}$ 和极坐标与直角坐标换算键 $\boxed{\text{P} \rightarrow \text{R}}$ 及 $\boxed{\text{x} \leftrightarrow \text{y}}$ 键直接计算求得方位角。按键和显示顺序如下:

按 $\Delta x \rightarrow \boxed{\text{INV}} \rightarrow \boxed{\text{R} \rightarrow \text{P}} \rightarrow \Delta y \rightarrow \boxed{=}$ 后,将显示 D ; 再按 $\boxed{\text{x} \leftrightarrow \text{y}}$ 后,显示 α 。

【例 5-2】 已知 B 点坐标为(1 536.86, 837.54), A 点坐标为(1 429.55, 772.73), 求距离 D_{BA} 和坐标方位角 α_{BA} 。

【解】 先计算出坐标增量为

$$\Delta x_{BA} = 1\,429.55 - 1\,536.86 = -107.31(\text{m})$$

$$\Delta y_{BA} = 772.73 - 837.54 = -64.81(\text{m})$$

直接用计算器计算过程如下:

按 $-107.31 \rightarrow \boxed{\text{INV}} \rightarrow \boxed{\text{P} \rightarrow \text{R}} \rightarrow -64.81 \rightarrow \boxed{=}$ 后,将显示 125.36(距离 D_{BA}); 再按 $\boxed{\text{x} \leftrightarrow \text{y}}$ 后,显示 $211^\circ 07' 53''$ (坐标方位角 α_{BA})。

闭合导线坐标计算

闭合导线坐标计算步骤如下:

1. 填表

由于导线计算数据繁多,为了清晰醒目,方便检查,一般规定其计算都在专用的表格上

进行。计算之前,首先将示意图中各观测数据和已知数据填入相应表格之中,见表 5-10。

表 5-10 闭合导线坐标计算表

点号	观测角 /(° ' ")	改正数 /(")	改正后 角度 /(° ' ")	坐标 方位角 /(° ' ")	距离 /m	坐标增量/m		改正后增量/m		坐标值/m	
						$\Delta x'$	$\Delta y'$	Δx	Δy	x	y
1										535.00	
				90 00 00	43.53	-0.01	-0.01				535.00
2	81 45 50	+20	81 46 10			0.00	+43.53	-0.01	+43.52		
				351 46 10	48.12	-0.02	-0.01			534.99	578.52
3	101 56 40	+20	101 57 00			+47.62	-6.89	+47.60	-6.90		
				273 43 10	37.49	-0.01	0			582.59	571.62
4	85 21 50	+20	85 22 10			+2.43	-37.41	+2.42	-37.41		
				179 05 20	50.00	-0.02	-0.01			585.01	534.21
1	90 54 20	+20	90 54 40			-49.99	+0.80	-50.01	+0.79	535.00	535.00
				90 00 00							
2											
总和	359 58 40	+80	360 00 00		179.14	+0.06	+0.03	0.00	0.00		
辅助 计算	$\sum \beta_{\text{测}} = 359^{\circ}58'40''$ $f_{\beta\text{容}} = \pm 60 \sqrt{4} = \pm 120''$ $f_x = \sum \Delta x_{\text{测}} = +0.06(\text{m})$ $f_y = \sum \Delta y_{\text{测}} = +0.03(\text{m})$ $\sum \beta_{\text{理}} = 360^{\circ}00'00''$ $f_{\beta} = -80''$ $ f_{\beta} < f_{\beta\text{容}} $ 合格 $f_D = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \pm 0.07(\text{m})$ $K = \frac{f_D}{\sum D} = \frac{0.07}{179.14} = \frac{1}{2500}$ $K_{\text{允}} = \frac{1}{2000}$ $K < K_{\text{允}}$ 合格										

2. 角度闭合差的计算与调整

由几何原理得知,多边形内角和的理论值应为

$$\sum \beta_{\text{理}} = (n-2) \times 180^{\circ}$$

因为测角有误差,所以测得的内角和 $\sum \beta_{\text{测}}$ 不等于理论上的内角和 $\sum \beta_{\text{理}}$,其差值称为角度闭合差,用 f_{β} 表示,即

$$f_{\beta} = \sum \beta_{\text{测}} - \sum \beta_{\text{理}} = \sum \beta_{\text{测}} - (n-2) \times 180^{\circ} \quad (5-7)$$

角度闭合差 f_{β} 的大小,表明测角精度的高低,对于不同等级的导线,有不同的限差 ($f_{\beta\text{容}}$) 要求,图根导线角度闭合差的容许值为

$$f_{\beta\text{容}} = \pm 60'' \sqrt{n}$$

式中, n 为多边形内角的个数。当图根导线作为测区的首级控制网时, $f_{\beta\text{容}} = \pm 40'' \sqrt{n}$ 。这一步计算见表 5-10 的辅助计算栏, $f_{\beta} = -80''$, $f_{\beta\text{容}} = \pm 120''$ 。

若 $|f_{\beta}| \leq |f_{\beta\text{容}}|$,说明测角精度符合要求,可将闭合差按相反符号平均分配给各观测角,而得出改正角为

$$\beta = \beta_{\text{测}} - f_{\beta}/n \quad (5-8)$$

按式(5-8)计算的改正数,取位至秒,填入表 5-10 的“改正数”栏内。



当 $|f_\beta| > |f_{\beta容}|$ 时,则说明测角误差超限,应停止计算,重新检测角度。

3. 坐标方位角计算

如项目四所述,根据起始边的坐标方位角及改正角,用式(4-20)依次计算各边的坐标方位角,填入第5列。为了检核,最后应重新推算起始边的坐标方位角,它应与已知数值相等。否则,应重新推算。例如, $\alpha_{23} = \alpha_{12} + 180^\circ + \beta_2 = 90^\circ 00' 00'' + 180^\circ + 81^\circ 46' 10'' = 351^\circ 46' 10''$ 。

4. 坐标增量的计算及闭合差调整

坐标增量计算,就是根据已经推算出的导线各边的坐标方位角和相应边的边长,按式(5-3)、式(5-4)计算各边的坐标增量。例如,导线边23的坐标增量为

$$\Delta x_{23} = D_{23} \cos \alpha_{23} = 48.12 \times \cos 351^\circ 46' 10'' = 47.62(\text{m})$$

$$\Delta y_{23} = D_{23} \sin \alpha_{23} = 48.12 \times \sin 351^\circ 46' 10'' = -6.89(\text{m})$$

同法可算得其他各导线边的坐标增量,填入表中“ $\Delta x'$ ”和“ $\Delta y'$ ”两列。

由图5-7可以看出,闭合导线纵、横坐标增量的代数和的理论值应为零,即

$$\sum \Delta x_{理} = 0 \quad (5-9)$$

$$\sum \Delta y_{理} = 0 \quad (5-10)$$

实际上,由于量边的误差和角度闭合差调整后的残余误差,往往使 $\sum \Delta x_{理}$ 、 $\sum \Delta y_{理}$ 不等于零,而产生纵坐标增量闭合差 f_x 和横坐标增量闭合差 f_y ,即

$$f_x = \sum \Delta x_{测} \quad (5-11)$$

$$f_y = \sum \Delta y_{测} \quad (5-12)$$

表5-10中, $f_x = \sum \Delta x_{测} = +0.06(\text{m})$, $f_y = \sum \Delta y_{测} = +0.03 \text{ m}$ 。

由图5-8中明显看出,由于 f_x 、 f_y 的存在,使导线不能闭合,11'的长度 f_D 称为导线全长闭合差,可通过式(5-13)计算

$$f_D = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (5-13)$$

仅以 f 值的大小还不能显示导线测量的精度,应当以 f 与导线全长 $\sum D$ 相比较,即以分子为1的分数来表示导线全长的相对闭合差 K ,即

$$K = \frac{f_D}{\sum D} = \frac{1}{\frac{\sum D}{f_D}} \quad (5-14)$$

表5-10中, $K = 0.07/179.14 = 1/2500$ 。

以相对闭合差 K 来衡量导线测量的精度, K 的分母越大,精度越高。不同等级的导线,其允许相对闭合差 $K_{允}$ 不一样,图根导线的 $K_{允} = 1/2000$ 。若 $K > K_{允}$,则说明成果不合格,应首先检查内业计算有无错误,然后检查外业观测成果,必要时需进行重测。

若 $K \leq K_{允}$,则说明符合精度要求,可以进行调整。即将 f_x 、 f_y 反符号,按边长成比例分配到相应边的纵、横坐标增量中去,从而得到改正后的纵、横坐标增量。

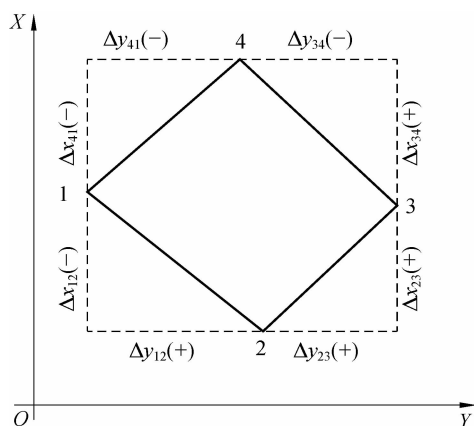


图 5-7 坐标增量闭合示意图

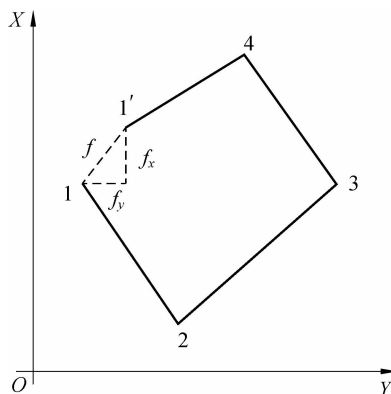


图 5-8 坐标增量闭合差

5. 计算各导线点的坐标

根据后一点的坐标及改正后的坐标增量,按式(5-15)和式(5-16)即可推算出前一点的坐标。

$$x_{前} = x_{后} + \Delta x_{改} \quad (5-15)$$

$$y_{前} = y_{后} + \Delta y_{改} \quad (5-16)$$

最后,还应推算出起始点 1 的坐标,其值应与原有值相等,以作检核。

在导线的全部计算过程中,应坚持步步有检核的原则,后一步未检核合格,则不能进行前一步计算的工作。

附和导线坐标计算

1. 计算角度闭合差并调整

如图 5-9(a)所示,对于该附和导线,终边 CD 有一已知方位角 α_{CD} 。经过测量后,从起始边 AB 的方位角 α_{AB} 又推算出 CD 的方位角 α'_{CD} ,则角度闭合差

$$f_{\beta} = \alpha'_{CD} - \alpha_{CD} \quad (5-17)$$

下面推导 α'_{CD} 的计算公式。

因为

$$\alpha_{B1} = \alpha_{AB} + 180^{\circ} - \beta_B$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{B1} + 180^{\circ} - \beta_1$$

$$\alpha_{23} = \alpha_{12} + 180^{\circ} - \beta_2$$

$$\alpha_{34} = \alpha_{23} + 180^{\circ} - \beta_3$$

$$\alpha_{4C} = \alpha_{34} + 180^{\circ} - \beta_4$$

$$\alpha'_{CD} = \alpha_{4C} + 180^{\circ} - \beta_C$$

所以

$$\alpha'_{CD} = \alpha_{AB} + 6 \times 180^{\circ} - \sum \beta_{测}$$

结合式(5-17)得

$$f_{\beta} = \alpha_{AB} - \alpha_{CD} + 6 \times 180^{\circ} - \sum \beta_{测}$$



由此可以给出附和导线角度闭合差的一般计算公式,即

$$f_{\beta} = \alpha_{起} - \alpha_{终} \mp n \times 180^{\circ} \pm \sum \beta_{测} \quad (5-18)$$

式中, n 为测站数或附和导线点的个数(包括起、终两点);当 $\beta_{测}$ 为右角时,取“-”号,当 $\beta_{测}$ 为左角时,取“+”号。

各级导线角度闭合差的容许值 $f_{\beta容}$ 见表5-2“方位角闭合差”,图根导线 $f_{\beta容} = \pm 60'' \sqrt{n}$ 。若 $|f_{\beta}| \leq |f_{\beta容}|$,则说明测角符合要求,否则应重测转折角。

若角度观测合格,则将角度闭合差 f_{β} 进行调整,调整原则如下:

(1)若 β 为右角,则将 f_{β} 同号分配,即 $v_{\beta} = f_{\beta}/n$,余数分配给短边的邻角(因构成角的边长越短,量角的误差可能越大),且 $\sum v_{\beta} = f_{\beta}$ 。

(2)若 β 为左角,则将 f_{β} 反号分配,即 $v_{\beta} = -f_{\beta}/n$,余数分给短边的邻角,且 $\sum v_{\beta} = -f_{\beta}$ 。

改正后各角值为 $\beta'_i = \beta_i + v_{\beta}$ 。

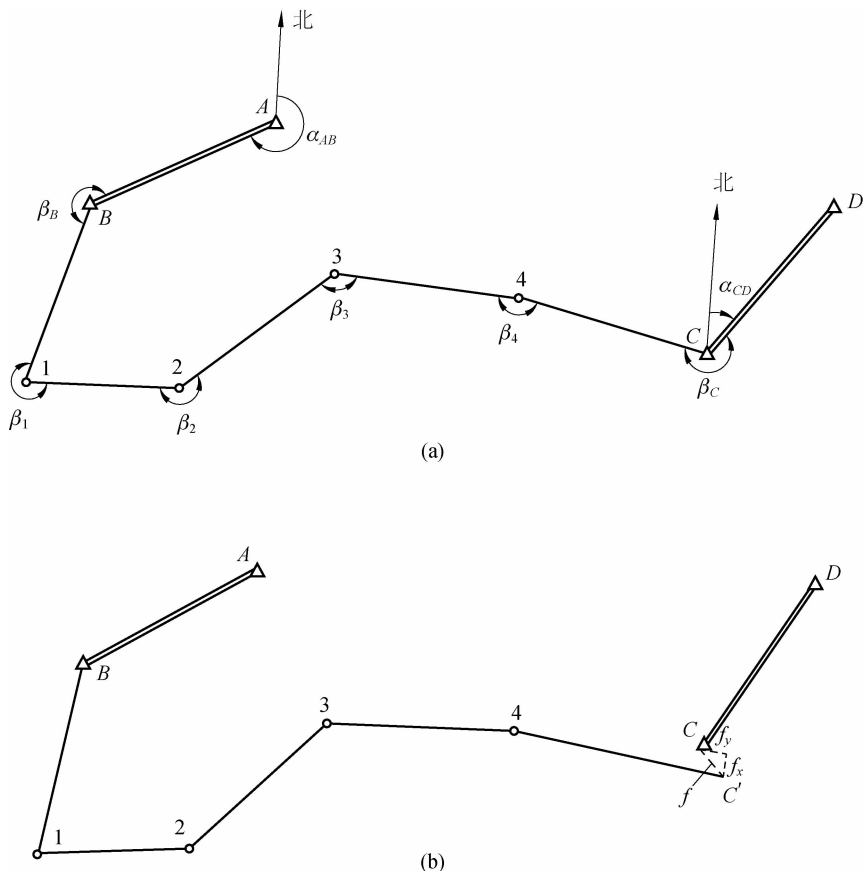


图 5-9 附和导线计算

2. 推算各边的坐标方位角

推算各边坐标方位角时,必须采用改正后的转折角,即

$$\alpha_{i,i+1} = \alpha_{i-1,i} \pm 180^\circ \pm \beta'_i$$

注意 计算出各边方位角后,若超过 360° ,则减去 360° 作为该边方位角;若出现负值,则应加上 360° 作为该边的方位角。

3. 计算各边的坐标增量

如图 5-10 所示,以 23 边为例,因为 23 边在第三象限,故

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{23} &= -D_{23} \cos R_{23} = -D_{23} \cos (\alpha_{23} - 180^\circ) = D_{23} \cos \alpha_{23} \\ \Delta y_{23} &= -D_{23} \sin R_{23} = -D_{23} \sin (\alpha_{23} - 180^\circ) = D_{23} \sin \alpha_{23} \end{aligned} \right\}$$

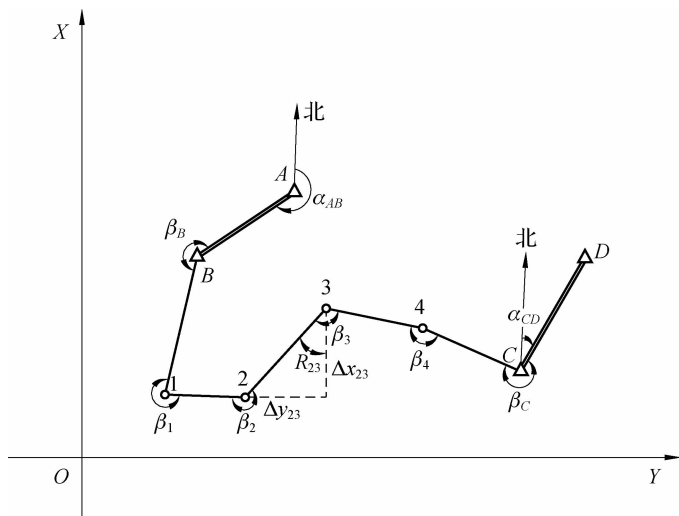


图 5-10 附和导线坐标增量计算

由此可知,任意边的坐标增量为

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{i,i+1} &= D_{i,i+1} \cos \alpha_{i,i+1} \\ \Delta y_{i,i+1} &= D_{i,i+1} \sin \alpha_{i,i+1} \end{aligned} \right\} \quad (5-19)$$

4. 计算坐标增量闭合差并调整

对于附和导线而言,如图 5-9(b)所示,B、C 两点之间有一个已知坐标增量,即

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{BC理} &= x_C - x_B \\ \Delta y_{BC理} &= y_C - y_B \end{aligned} \right\} \quad (5-20)$$

经过测量后,又得到 B、C 两点之间的实测坐标增量,即

$$\begin{aligned} \Delta x_{BC测} &= \sum \Delta x_{测} = \Delta x_{B1} + \Delta x_{12} + \cdots + \Delta x_{4C} \\ \Delta y_{BC测} &= \sum \Delta y_{测} = \Delta y_{B1} + \Delta y_{12} + \cdots + \Delta y_{4C} \end{aligned}$$

由于测角和量边过程中不可避免地存在误差,所以实测增量与理论增量往往不相等,从而使得 C、C' 点不重合,即附和导线不能闭合,产生一个缺口,如图 5-9(b)所示。由此可知,附和导线的坐标增量闭合差为



$$\left. \begin{aligned} f_x &= \sum \Delta x_{BC\text{测}} - \sum \Delta x_{BC\text{理}} = \sum \Delta x_{BC\text{测}} - (x_C - x_B) \\ f_y &= \sum \Delta y_{BC\text{测}} - \sum \Delta y_{BC\text{理}} = \sum \Delta y_{BC\text{测}} - (y_C - y_B) \end{aligned} \right\} \quad (5-21)$$

从而按 $f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ 计算导线全长闭合差, 并求导线全长的相对误差 $K = \frac{f}{\sum D}$ 。

一般地, 当 $K \leq 1/2\ 000$ 时, 则观测符合要求, 否则应重新量取边长。

当观测符合要求时, 应将闭合差 f_x 、 f_y 进行调整, 调整的原则是将 f_x 、 f_y 反号按边长比例分配。即

$$\left. \begin{aligned} v_{\Delta x_i} &= -\frac{D_i}{\sum D} f_x \\ v_{\Delta y_i} &= -\frac{D_i}{\sum D} f_y \end{aligned} \right\} \quad (5-22)$$

式中, $v_{\Delta x_i}$ 、 $v_{\Delta y_i}$ 分别为导线第 i 边的坐标增量改正数; D_i 为第 i 边边长; $\sum D$ 为导线全长。

计算检核 $\sum v_{\Delta x_i} = -f_x$; $\sum v_{\Delta y_i} = -f_y$ 。

如果检核中发现不完全相等, 可能是计算中保留最后一位时, 采用“四舍五入”法取位所致。应检查取舍过程是否为舍弃的多于进入的, 并应做适当的调整, 直至检核公式完全成立。

5. 计算改正后的坐标增量

改正后的坐标增量等于实测坐标增量加上每条边的坐标增量改正数, 用通用公式表达为

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_{i,i+1\text{改}} &= \Delta x_{i,i+1\text{测}} + v_{\Delta x_i} \\ \Delta y_{i,i+1\text{改}} &= \Delta y_{i,i+1\text{测}} + v_{\Delta y_i} \end{aligned} \right\} \quad (5-23)$$

6. 计算各点的坐标

用改正后的坐标增量依次推算各导线点的坐标。检核条件: 起点坐标与沿闭合路线推算至终点的坐标完全吻合。仍以图 5-10 为例, 经过上面各步后, 坐标增量之和与理论上 B 、 C 的坐标差相等, 可以进行各导线点坐标的计算。计算时, 从起点 B 开始逐点向前推进。具体计算如下:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x_B + \Delta x_{B1\text{改}} \\ y_1 &= y_B + \Delta y_{B1\text{改}} \end{aligned} \right\} \dots \left. \begin{aligned} x_4 &= x_3 + \Delta x_{34\text{改}} \\ y_4 &= y_3 + \Delta y_{34\text{改}} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} x_C &= x_4 + \Delta x_{4C\text{改}} \\ y_C &= y_4 + \Delta y_{4C\text{改}} \end{aligned} \right\}$$

计算检核

终点 C 的计算坐标应与 C 点的原坐标值相等, 否则说明计算有误, 应重新检查计算过程。

以上为附和导线内业计算步骤, 其计算均可以在表格中进行, 表格格式见表 5-11。

7. 附和导线内业计算算例

如图 5-11 所示, 附和导线的外业观测资料及 MA 、 BN 两直线的方位角 α_{MA} 、 α_{BN} 已在图中标明, 且 A 、 B 两点的坐标为 $x_A = 2\ 507.69\ \text{m}$, $y_A = 1\ 215.63\ \text{m}$; $x_B = 2\ 166.74\ \text{m}$, $y_B = 1\ 757.27\ \text{m}$ 。欲求 P_2 、 P_3 、 P_4 、 P_5 各点的坐标。首先将图中测量数据和已知点的数据填入表 5-11 中的相应栏内, 按上述附和导线的坐标计算步骤进行计算。



表 5-11 附合导线计算

点号	观测角(左角) β /($^{\circ}$, $'$, $''$)	改正后角值 /($^{\circ}$, $'$, $''$)	坐标方位角 /($^{\circ}$, $'$, $''$)	边长 D /m	坐标增量计算值		改正后坐标增量值		x/m	y/m
					$\Delta x/m$	$\Delta y/m$	$\Delta x/m$	$\Delta y/m$		
M										
$A(P_1)$	+06 99 01 00	99 01 06	237 59 30		+0.05 -207.91	-0.04 +88.21			2 507.69	1 215.63
P_2	+06 167 45 36	167 45 42	157 00 36	225.85			-207.86	+88.17		
P_3	+06 123 11 24	123 11 30	144 46 18	139.03	+0.03 -113.57	-0.03 +80.20	-113.54	+80.17	2 299.83	1 303.80
P_4	+06 189 20 36	189 20 42	87 57 48	172.57	+0.03 +6.13	-0.03 +172.46	+6.16	+172.43	2 186.29	1 383.97
P_5	+06 179 59 18	179 59 24	97 18 30	100.07	+0.02 -12.73	-0.02 +99.26	-12.71	+99.24	2 192.45	1 556.40
$B(P_6)$	+06 129 27 24	129 27 30	97 17 54	102.48	+0.02 -13.02	-0.02 +101.65	-13.00	+101.63	2 179.74	1 655.64
N			46 45 24						2 166.74	1 757.27
				$\sum D$ 740.00	$\sum \Delta x$ -341.10	$\sum \Delta y$ 541.78	$\sum \Delta x$ -340.95	$\sum \Delta y$ 541.64		



续表

辅助 计算	$f_{\beta} = \alpha_{MA} - \alpha_{BN} - 6 \times 180^{\circ} + \sum \beta_{测} = -36''$ $f_x = -0.15(\text{m}) \quad f_y = +0.14(\text{m}) \quad f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \pm 0.20(\text{m})$ $f_{\beta_{容}} = \pm 60'' / \sqrt{6} = \pm 24.5'' \quad K = \frac{f}{\sum D} = \frac{0.20}{3740} = \frac{1}{3700} < \frac{1}{2000}$ 因为 $ f_{\beta} < f_{\beta_{容}} $ 所以，观测合格	
----------	--	--

注 1:表中已知点的方位角和坐标值用黑体字标注。

注 2:角度闭合差改正数、坐标增量改正数均填写在相应的观测值和计算值上方。

注 3:附合导线略图如图 5-11 所示。

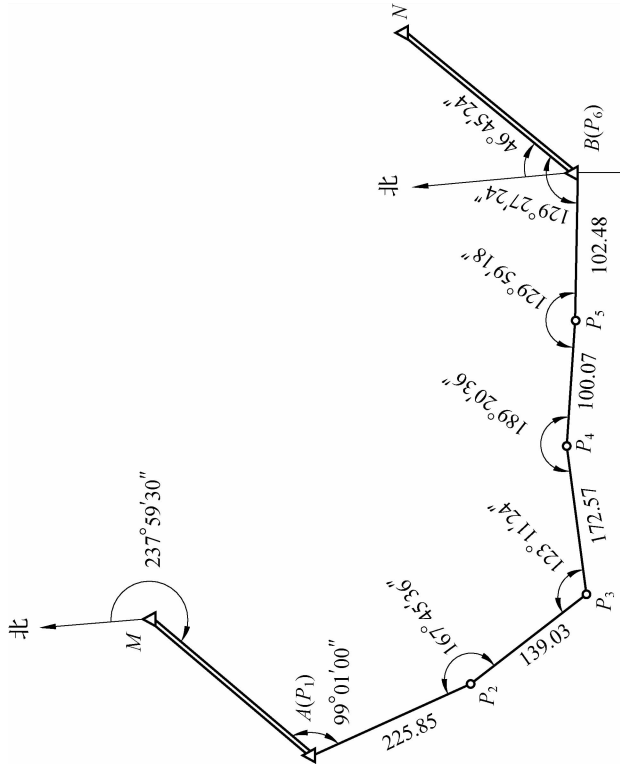


图 5-11 附合导线略图

五、查找导线测量错误的方法

在导线测量计算中,当导线精度指标角度闭合差或导线全长相对闭合差超限时,排除计算错误后要考虑是测角还是测边发生了错误,测角的错误首先表现于角度闭合差的超限。

1. 一个角度测错的检查方法

在图 5-12 中,设附和导线的第 4 点上的转折角的错误,使角度闭合差超限。如果分别从导线两端的已知坐标方位角推算各边方位角,则到测错角度的第 4 点为止推算的坐标方位角仍然是正确的。经过第 4 点的转折角以后,导线边的坐标方位角开始向错误方向偏转,而且会越来越大。

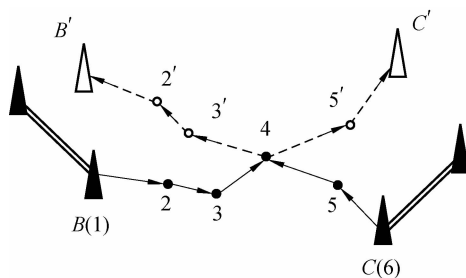


图 5-12 一个角度测错示意图

因此,一个转折角测错的查找方法为:分别从导线两端的已知点坐标方位角出发,按支导线计算导线各点的坐标,得到两套坐标。如果某一个导线点的两套坐标值非常接近,则该点的转折角最有可能测错。

对于闭合导线,查找方法也相类似,其只是从同一个已知点及已知坐标方位角出发,分别沿顺时针方向和逆时针方向计算出两套坐标,然后去寻找两套坐标值最为接近的导线点。

2. 一条边测错的查找方法

当角度闭合差在允许范围以内而坐标增量闭合差超限时,说明边长测量有错误。如图 5-13 中导线边 23 中发生错误 ΔD 。由于其他各边和角没有发生错误,因此,从第 3 点开始,以后各点均产生一个平行于 23 边的位移量 ΔD 。如果其他各边、各角中的偶然误差可以忽略不计,则计算的导线全长闭合差等于 ΔD ,即

$$f_D = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \Delta D$$

此时,计算导线全长闭合差的方位角(R_f 表示由方位角换算象限角),即等于 23 边的坐标方位角,或再加上或减去 180° ,则有

$$R_f = \arctan\left(\frac{f_y}{f_x}\right)$$

再根据 f_x 和 f_y 的正负判断 R_f 在第几象限,计算出 α_f (α_f 表示由象限角换算方位角)。



$$\alpha_f = \alpha_{23} \text{ (或 } \pm 180^\circ \text{)}$$

凡坐标方位角与 α_f 或 $\alpha_f \pm 180^\circ$ 相接近的导线边, 都是可能发生量边错误的边。根据这个原理, 可以查找出有可能发生量距错误的导线边。

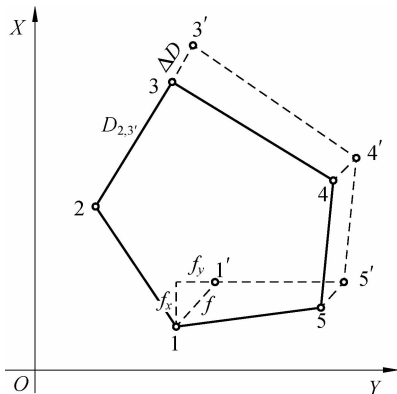


图 5-13 一条边测错示意图

第三节 城市高程控制测量

城市高程控制测量是指在小区域范围内, 为满足测图和施工的需要, 采取一定的方法和作业程序, 完成测区首级高程点的加密工作。

一、四等水准测量

三、四等水准测量除用于国家高程控制网的加密外, 还用于建立小区域首级高程控制网, 以及建筑施工区内工程测量和变形测量的基本控制。三、四等水准点的高程应从附近的一、二等水准点引测。

三、四等水准测量的组织形式与普通水准测量大致相同, 均需事先拟定水准路线、选点、埋石和观测等工作程序。与普通水准测量的显著区别是: 三、四等水准测量必须使用双面尺法观测和记录, 其观测顺序有着严格的要求, 相应的记录、计算及精度指标也有区别。

国家测绘局制定的三、四等及普通水准测量的技术要求见表 5-12。

表 5-12 三、四等及普通水准测量的技术要求

技术项目	等级分类		
	三 等	四 等	普通水准
仪器与水准尺	DS3 水准仪 双面水准尺	DS3 水准仪 双面水准尺	DS3 水准仪 单面水准尺
测站观测程序	后—前—前—后	后—后—前—前	后—后—前—前
视线最低高度/m	0.3	0.2	—
最大视线长度/m	75	100	100
前后视距差/m	$\leq \pm 3.0$	$\leq \pm 5.0$	近似相等
视距读数法	三丝读数(下—上)	直读视距	直读视距
K+黑—红/mm	$\leq \pm 2.0$	$\leq \pm 3.0$	—
黑红面高差之差/mm	$\leq \pm 3.0$	$\leq \pm 5.0$	—
前后视距累积差/m	$\leq \pm 6$	$\leq \pm 10$	—
高差闭合差/mm	$\leq \pm 12 \sqrt{L}$ (平原) $\leq \pm 15 \sqrt{n}$ (山地)	$\leq \pm 20 \sqrt{L}$ (平原) $\leq \pm 25 \sqrt{n}$ (山地)	$\leq \pm 40 \sqrt{L}$

注:表中 L 的单位为千米(km)。

下面着重介绍四等水准测量的观测和计算原理。

1. 四等水准测量的观测、记录

四等水准测量一般采用双面水准标尺和中丝法进行观测,且每站按“后—后—前—前”和“黑—红—黑—红”的顺序观测。四等水准测量记录手簿见表 5-13。具体操作步骤如下。

1) 观测顺序

(1)初步整平水准仪,对照表 5-12,检查前后视距差是否满足要求,若不满足要求,则要移动仪器位置,使之符合限差要求。

(2)照准后视标尺的黑面,旋转倾斜螺旋使符合水准器的气泡居中,先用下丝和上丝读取标尺读数,再读取中丝读数,将下、上、中三丝读数依次记于观测手簿表 5-13 的(1)、(2)、(3)栏内。

(3)照准后视标尺的红面,检查气泡,读取中丝读数并记录于观测手簿的(8)中。

(4)旋转照准部照准前视标尺的黑面,使符合气泡居中,先用中丝读数,再用下、上丝读数,依次将中、下、上三丝读数分别记录在观测手簿的(4)、(5)、(6)栏内。

(5)如第三步,照准前视标尺的红面,气泡居中后,将中丝读数记录在观测手簿的(7)栏中。

2) 测站计算与检核

为便于及时发现观测错误或超限情况,一般要求在每一测站上均达到观测、记录、计算同步进行,绝对不允许等全部测完后再进行计算。测站上的计算分为以下三部分内容:

(1) 视距计算。

$$\left. \begin{aligned}
 \text{后视距离(15)} &= [(1) - (2)] \times 100 \\
 \text{前视距离(16)} &= [(5) - (6)] \times 100 \\
 \text{后视距离与前视距离之差(17)} &= (15) - (16) \\
 \text{前后视距累积差(18)} &= \text{本站(17)} + \text{前站(18)}
 \end{aligned} \right\} \quad (5-24)$$



(2)高差计算。

$$\begin{aligned}
 & \text{前视标尺黑红面读数之差(9)} = (4) + K - (7) \\
 & \text{后视标尺黑红面读数之差(10)} = (3) + K - (8) \\
 & \text{两标尺的黑面高差(11)} = (3) - (4) \\
 & \text{两标尺的红面高差(12)} = (8) - (7) \\
 & \text{黑面高差与红面高差之差(13)} = (11) - [(12) \pm 100]
 \end{aligned} \quad (5-25)$$

需要注意的是,当上述计算符合限差要求时,可计算高差中数,且

$$\text{高差中数(14)} = [(11) + (12) \pm 100] \div 2 \quad (5-26)$$

(3)检核计算。

①测站检核公式。

$$(13) = (10) - (9) = (11) - [(12) \pm 100] \quad (5-27)$$

式(5-27)用来检核同一测站黑、红面高差是否相等,若不相等时,以表 5-12 中相应的限差要求为标准。若超出限差范围,本站必须重新测量。若满足限差要求,可以迁站。应特别注意在确认能否迁站前,前视标尺及尺垫绝不允许移动。

②每页观测成果的检核。

一些教材中强调这一检核,如表 5-13 底部“每页校核”部分。其实,作为检核,主要是校核计算过程中有无错误、笔误等,校核应使用不同的计算途径进行,且应各自独立,以便发现问题。

表 5-13 四等水准测量记录手簿

测站编号	后尺	下丝	前尺	下丝	方向及尺号	标尺读数		K+黑-红/m	高差中数/m	备注		
		上丝		上丝		黑面/mm	红面/mm					
	后视/mm		前视/mm									
	视距差 d/m		Σ									
	(1)	(2)	(3)	(4)	后	(5)	(6)	(7)	(8)			
	(2)	(3)	(4)	(5)	前	(6)	(7)	(8)	(9)			
	(15)	(16)	(17)	(18)	后-前	(15)	(16)	(17)	(18)			
	(17)	(18)	(19)	(20)								
1	1 526	0 901	后 No. 12	1 311	6 098	0				K ₄ =4 687 K ₇ =4 787		
	1 095	0 471	前 No. 13	0 686	5 373	0						
	43.1	43.0	后-前	+0 625	+0 725	0	+0.625 0					
	+0.1	+0.1										
2	1 912	0 670	后 No. 13	1 654	6 341	0						
	1 396	0 152	前 No. 12	0 411	5 197	+1						
	51.6	51.8	后-前	+1 243	+1 144	-1	+1.243 5					
	-0.2	-0.1										

续表

测站编号	后尺	下丝	前尺	下丝	方向及尺号	标尺读数		K+黑-红/m	高差中数/m	备注		
		上丝		上丝		黑面/mm	红面/mm					
	后视/mm		前视/mm									
	视距差 d/m		Σ									
3	0 989		1 813		后 No. 12	0 798	5 586	-1				
	0 607		1 433		前 No. 13	1 623	6 310	0				
	38.2		38.0		后-前	-0 825	-0 724	-1	-0.824 5			
	+0.2		+0.1									
4	1 791		0 658		后 No. 13	1 608	6 296	0				
	1 425		0 290		前 No. 12	0 474	5 261	0				
	36.6		36.8		后-前	+1 134	+1 035	-1	+1.134 5			
	-0.2		-0.1									
每页校核	$\Sigma(15) = 169.5$ $\Sigma[(3) + (8)] = 29.691$ $-\Sigma(16) = 169.6$ $-\Sigma[(4) + (7)] = 25.335$ <hr/> $= -0.1$ $= +4.357$					$\Sigma[(11) + (12)] = +4.357$ $2\Sigma(14) = +4.357$						
	总视距 $\Sigma(15) + \Sigma(16) = 339.1$											

2. 关于四等水准测量的工作间歇

由于四等水准测量路线一般较长,在中途休息或收工时,最好能在水准点(事前预埋标石)上结束观测。如确实不能,应选择两个突出、稳固的地面点作为间歇前的最后一站来观测。间歇结束后,应先在两间歇点上放置标尺,并进行检测。若间歇前、后两间歇点之间的高差较差不超过 5 mm,则认为间歇点位置没有变动,此时可以从前视间歇点开始继续观测;若高差较差超过 5 mm,则应退回该段的水准点处重新进行观测。

3. 水准路线的高程计算

完成水准测量外业工作后,即可转入内业计算。由于四等水准测量是由一个高级点开始,结束于另一高级点的,故实测总高差与两高级点的高差往往不符。这就需要按一定规则调整高差闭合差。一般分以下三步实施:

1) 检查外业手簿并绘制水准路线略图

计算前,应首先进行外业手簿的检查。内容包括记录是否正确、注记是否齐全、计算是否有误等。检查无误后,便可绘制水准路线略图,如图 5-14 所示。

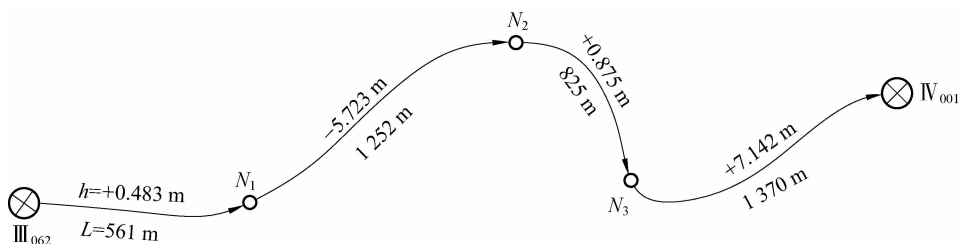


图 5-14 水准路线略图

从观测手簿中逐个摘录各测段的观测高差 h_i , 特别需要说明的是: 凡观测方向与推算方向相同的, 其观测高差的符号(正负号)不变。同时还要摘录各测段的距离 L_i 或者测站数 n_i (当采用测站数调整高差闭合差时), 明确起、终点的高程 $H_{起}$ 、 $H_{终}$ 等, 然后一并标注在水准路线略图中。

2) 高差闭合差的计算及调整

(1) 高差闭合差的计算。以附和水准路线为例有

$$f_h = \sum h_i - (H_{终} - H_{起})$$

$$\sum h_i = h_1 + h_2 + \cdots + h_n$$

(2) 高差闭合差容许值的计算。高差闭合差是衡量观测值质量的精度指标, 必须有一个限度规定, 如果超出这一限度, 应查明原因, 返工重测。

四等水准测量高差闭合差的容许值 F_h 为

$$F_h = \pm 20 \sqrt{L} \quad (5-28)$$

式中, L 为水准路线的长度(km)。

(3) 高差闭合差的调整。若高差闭合差在允许范围内, 可将闭合差按与各段的距离(L_i)成正比反号调整于各测段的高差之中。若各测段的高差改正数为 v_i , 则

$$v_i = \frac{-f_h}{\sum L} L_i \quad (5-29)$$

注意用式(5-29)计算时, 改正数凑整至毫米, 余数强行分配到长测段中。

3) 改正后高差的计算

各测段观测高差值加上相应的改正数, 即可得到改正后高差 $h_{i改}$, 其值为

$$h_{i改} = h_i + v_i \quad (5-30)$$

4) 待定点高程的计算

沿推算方向, 由起点的高程 $H_{起}$ 开始, 逐个加上相应测段改正后的高差, 即可逐一得出待定点的高程 H_i 。即

$$H_i = H_{i-1} + h_{i改} \quad (5-31)$$

4. 算例

【例 5-3】 某普通附和水准路线观测结果如图 5-14 所示, 起始点 III₀₆₂ 的高程为 73.702 m, 终点 IV₀₀₁ 的高程为 76.470 m。求待定点 N_1 、 N_2 、 N_3 的高程。

依据上述各公式, 计算在表格(见表 5-14)中完成。

表 5-14 普通水准路线测量成果计算表

点号	距离 / km	平均高差 / m	改正数 / mm	改正后高差 / m	高程 / m	备注
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
III ₀₆₂	0.561	+0.483	-1	+0.482	73.702	附合水准路线 $F_h = \pm 40 \sqrt{L}$ $= \pm 40 \sqrt{4.009}$ $= \pm 80(\text{mm})$ $f_h = \sum h_i - (H_{\text{终}} - H_{\text{起}})$ $= +0.009(\text{m})$ $= +9(\text{mm})$
N ₁	1.253	-5.723	-3	-5.726	74.184	
N ₂	0.825	+0.875	-2	+0.873	68.458	
N ₃	1.370	+7.142	-3	+7.139	69.331	
IV ₀₀₁					76.470	
Σ	4.009	+2.777	-9	+2.678		

注:三、四等水准路线高程计算方法同前,只是取位和精度指标不同而已。

二、三角高程测量

三角高程测量是根据两点间的水平距离或斜距离及竖直角,按照三角公式来求两点间的高差的。如图 5-15 所示,已知 A 点高程 H_A ,欲求 B 点高程 H_B ,在 A 点安置经纬仪,仪器高为 i_A ,在 B 点设置觇标或棱镜,其高度为 v_B 。望远镜瞄准觇标或棱镜的竖直角为 α_A ,则 A、B 两点之间的高差为

$$h_{AB} = h' + i_A - v_B \quad (5-32)$$

式中, h' 计算因观测方法不同而异。利用平面控制已知的边长 D ,用经纬仪测量竖角 α_A 求两点高差,称为经纬仪三角高程测量, $h' = D \tan \alpha_A$;利用测距仪测定斜距 S 和 α_A ,求算 h_{AB} ,称为光电测距三角高程测量,它通常与测距仪导线一起进行, $h' = S \sin \alpha_A$ 。

此外,当 AB 距离较长时,式(5-32)还需加上地球曲率和大气折光的合成影响 f ,称为球气差(见“项目二 第五节”的相关计算),故式(5-32)写为

$$h_{AB} = D \tan \alpha_A + i_A - v_B + f_A \quad (5-33)$$

或

$$h_{AB} = S \sin \alpha_A + i_A - v_B + f_A \quad (5-34)$$

为了消除或削弱球气差的影响,通常三角高程要进行对向观测。由 A 向 B 观测得 h_{AB} ,由 B 向 A 观测得 h_{BA} ,若两高差的校差在容许值内,则取其平均值,得



$$\begin{aligned}
 h_{AB} &= \frac{1}{2}(h_{AB} - h_{BA}) \\
 &= \frac{1}{2}[(h' - h'') + (i_A - i_B) + (v_A - v_B) + (f_A - f_B)] \quad (5-35)
 \end{aligned}$$

当外界条件相同时,两处的球气差 $f_A = f_B$,式(5-35)的最后一项为零,消除其影响。但在检查高差校差时,计算中仍需加入球气差改正,这一点应引起注意。最后,B点高程为

$$H_B = H_A + h_{AB} \quad (5-36)$$

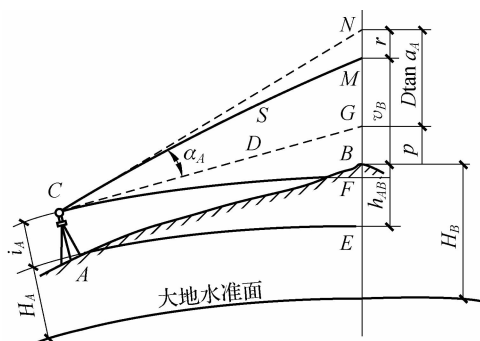


图 5-15 三角高程测量原理

三角高程控制网一般是在平面网的基础上,布设成三角高程网或高程导线。为保证三角高程网的精度,应采用四等水准测量连测一定数量的水准点,作为高程起算数据。三角高程网中任一点到最近高程起算点的边数:当平均边长为 1 km 时,不超过 10 条;平均边长为 2 km 时,不超过 4 条。竖直角观测是三角高程测量的关键工作,对竖直角观测的要求见表 5-15。为减少垂直折光变化的影响,应避免在大风或雨后初晴时观测,也不宜在日出后和日落前 2 h 内观测,在每条边上均应做对向观测。觇标高和仪器高用钢尺丈量两次,读至毫米,其校差对于四等三角高程不应大于 2 mm,对于五等三角高程不应大于 4 mm。

光电测距三角高程测量的精度较高,且可提高工效,故应用较广。高程路线应起闭于高级水准点,高程网或高程导线的边长应不大于 1 km,边数不超过 6 条。竖直角测量用 DJ₂ 型经纬仪,在四等高程测 3 个测回,五等高程测 2 个测回。距离测量应采用标称精度不低于 $(5 \text{ mm} + 5 \times 10^{-6} d)$, d 为两控制点间的距离)的测距仪,四等高程往返各测一测回,五等高程测一个测回。光电测距三角高程测量主要技术要求见表 5-15。

表 5-15 光电测距三角高程测量主要技术要求

等级	仪器	竖直角测回数 (中丝法)	指标差 较差/($''$)	竖直角 较差/($''$)	对向观测 高差较差/mm	附和路线或 环线闭合差/mm
四等	DJ ₂	3	≤ 7	≤ 7	$40 \sqrt{D}$	$20 \sqrt{\sum D}$
五等	DJ ₂	2	≤ 10	≤ 10	$60 \sqrt{D}$	$30 \sqrt{\sum D}$

注: D 为光电测距边长度(km)。



三角高程路线高差计算见表 5-16。高差计算后再计算路线闭合差,并进行闭合差的分配和高程的计算。

表 5-16 三角高程路线高差计算

测站点	Ⅲ ₁₀	401	401	402	402	Ⅲ ₁₂
视点	401	Ⅲ ₁₀	402	401	Ⅲ ₁₂	402
觐法	直	反	直	反	直	反
α	+3°24'15"	-3°22'47"	-0°47'23"	+0°46'56"	+0°27'32"	-0°25'58"
S/m	577.157	577.137	703.485	703.490	417.653	417.697
h'/m	+34.271	-34.024	-9.696	+9.604	+3.345	-3.155
i/m	1.565	1.537	1.611	1.592	1.581	1.601
v/m	1.695	1.680	1.590	1.610	1.713	1.708
f/m	0.022	0.022	0.033	0.033	0.012	0.012
h/m	+34.163	-34.145	-9.642	+9.619	+3.225	-3.250
$h_{平均}/m$	+34.154		-9.630		+3.238	

注:表中 $h' = S \sin \alpha$, $f = 0.43D^2/R$, $h = h' + i - v + f$ 。

学习评价

1. 坐标正算、坐标反算、坐标增量分别是什么?
2. 为什么要建立控制网? 控制网可分为哪几种?
3. 导线测量外业有哪些工作? 选择导线点应注意哪些问题?
4. 导线与高级控制点连测的目的是什么?
5. 在没有高级控制点连测的情况下,采用哪种导线形式较好?
6. 在什么条件下对角度闭合差进行调整? 调整的原则是什么?
7. 四等水准测量在一个测站上的观测程序是什么? 有哪些限差要求?
8. 坐标增量的正负号与坐标象限角和坐标方位角有何关系?
9. 完成表 5-17 所示的附和导线坐标计算表(观测角为右角)。



表 5-17 附和导线坐标计算表

点号	观测角 (改正数) /(° ' ")	改正后的 角值/ (° ' ")	坐标方 位角 /(° ' ")	边长/m	增量计 算值/m		改正后的 增量值/m		坐标/m	
					Δx	Δy	Δx	Δy	x	y
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A										
B	267 29 58		317 52 06						4 028.53	4 006.77
2	203 29 46			133.84						
3	184 29 36			154.71						
4	179 16 06			80.74						
5	81 16 52			148.93						
C	147 07 34			147.16					3 671.03	3 619.24
D			334 42 42							
Σ										
辅助 计算	$f_{\beta} =$		$f_{\beta容} = \pm 40'' \sqrt{n} =$		$f_x =$		$f_y =$			
			$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} =$		$K = f / \Sigma D =$					

10. 四边形闭合导线内角的观测值见表 5-18, 试在表中计算角度闭合差、改正后角度值和坐标方位角。

表 5-18 四边形闭合导线内角的观测值

点号	角度观测值(右角) /(° ' ")	改正数 /(° ' ")	改正后角度值 /(° ' ")	坐标方位角 /(° ' ")
1	112 15 23			123 10 21
2	67 14 12			
3	54 15 20			
4	126 15 25			
Σ				
辅助 计算	$\Sigma \beta =$			
	$f_{\beta} =$			