第 6 单元　数　　列

6.1　数列的概念

学习目标

1. 了解数列的有关概念.

2. 掌握数列的通项(一般项)和通项公式.

知识点归纳

本节主要介绍了数列的一些基本概念.

(1)**数列**:按照一定的顺序排成的一列数叫作**数列**.

(2)**数列的项**:数列中的每一个数都叫作这个**数列的项**.

(3)**首项、项数**:在一个数列中,从开始的项起,自左至右排序,各项按照其位置依次叫作这个数列的第 1 项(**首项**),第 2 项,第 3 项,…,第 n 项,…,其中反映各项在数列中位置的数字 1,2,3,…,n,…分别叫作对应项的**项数**.

(4)**有穷数列、无穷数列**:只有有限项的数列叫作**有穷数列**,有无限多项的数列叫作**无穷数列**.

(5)**通项(一般项)**:无穷数列的一般形式可以写作

$$a_1, a_2, \cdots, a_n, \cdots (n \in \mathbf{N}^*)$$

记作$\{a_n\}$,其中下脚标的数字代表项数.因此,通常把第 n 项 a_n 叫作数列$\{a_n\}$的**通项**或**一般项**.

(6)**通项公式**:如果数列$\{a_n\}$的第 n 项 a_n 能够用一个关于项数 n 的式子来表示,那么这个式子叫作这个数列的**通项公式**.

巩固练习

1.指出下列数列哪些是有穷数列,哪些是无穷数列.

(1)1,2,3,4,5;

(2)0.1,0.11,0.111,0.1111,0.11111;

(3)$-1,-2,-3,-4,-5,\cdots$;

(4)5 的正整数倍数构成的数列;

(5)正整数的算术平方根构成的数列;

(6)目前我国通用的人民币面额构成的数列(单位:元)

100,50,20,10,5,1.

2.写出下列数列的一个通项公式:

(1)$-\frac{1}{3},\frac{1}{5},-\frac{1}{7},\frac{1}{9},\cdots$;

(2)$0,-2,-4,-6,\cdots$;

(3)$9,99,999,9999,\cdots$;

(4)$\frac{2}{1\times3},\frac{4}{3\times5},\frac{6}{5\times7},\frac{8}{7\times9},\cdots$;

3.已知下列数列$\{a_n\}$的通项公式,写出它们的前4项:

(1)$a_n=\frac{2n+1}{2n^2+1}$;

(2)$a_n=(-1)^n\frac{2n-1}{n+1}$;

(3)$a_n=\frac{(-1)^{n+1}}{n}$;

(4)$a_n=(-1)^{n+1}(n^2+1)$.

自我检测

1.选择题.

(1)数列$-\frac{1}{2\times1},\frac{1}{2\times2},-\frac{1}{2\times3},\frac{1}{2\times4},\cdots$的一个通项公式是(　　).

A. $\frac{1}{n(n-1)}$

B. $\frac{(-1)^{n+1}}{2n}$

C. $\frac{(-1)^n}{n(n-1)}$　　D. $\frac{(-1)^n}{2n}$

(2)数列 1,0,1,0,1,0,…的一个通项公式是(　　).

A. $\frac{1+(-1)^n}{2}$　　B. $2n-1$

C. $\frac{1-(-1)^n}{2}$　　D. $2n+1$

(3)已知数列$-1,\frac{1}{4},-\frac{1}{9},\cdots,(-1)^n\cdot\frac{1}{n^2},\cdots$,则它的第 5 项为(　　).

A. $\frac{1}{5}$　　B. $-\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{25}$　　D. $-\frac{1}{25}$

2. 填空题.

(1)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n(n+1)$,那么$a_5=$__________.

(2)数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=(-1)^n\cdot\frac{n}{n+3}$,则$a_1=$__________,$a_5=$__________,$a_{10}=$__________.

(3)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{2}{n^2+n}$,则它的前 3 项分别为__________,$\frac{1}{10}$__________(填“是”或“不是”)该数列中的项,若是的话是第__________项.

(4)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{1}{n(n+2)}$,则$\frac{1}{120}$是这个数列的第__________项.

(5)数列$\sqrt{2},\sqrt{5},2\sqrt{2},\sqrt{11},\cdots$的通项公式是__________,$2\sqrt{5}$是这个数列的第__________项.

3. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=-2^n+3$,写出该数列的前 5 项.

4. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$,求此数列的第 4 项.

5.已知下列两个数列的前 5 项,写出它们的一个通项公式:

(1)20,30,40,50,60,…; (2)$\frac{1}{2}$,$-\frac{3}{4}$,$\frac{5}{6}$,$-\frac{7}{8}$,$\frac{9}{10}$,….

6.判断 63 是不是数列$\{n(n+2)\}$中的项。如果是,是第几项?

6.2 等 差 数 列

学习目标

1.理解等差数列的定义及通项公式.

2.掌握等差数列的前 n 项和公式.

知识点归纳

1.基本概念

(1)**等差数列**:如果数列 a_1,a_2,…,a_n,…从第 2 项起,每一项与它前一项的差都等于同一个常数,那么这个数列叫作**等差数列**.

(2)**公差**:若数列中的每一项与它前一项的差是同一个常数,则这个常数叫作等差数列的**公差**,一般用字母 d 表示.

2.重要公式

(1)若数列$\{a_n\}$为等差数列,d 为公差,则 $a_{n+1}-a_n=d$,即 $a_{n+1}=a_n+d$.

(2)首项为 a_1,公差为 d 的等差数列的通项公式为

$$a_n=a_1+(n-1)d.$$

(3)等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和公式为

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2},$$

即等差数列前 n 项和等于首末两项之和与项数乘积的一半.

(4)等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和公式也可以表示为

$$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d.$$

巩固练习

1. 判断下列各数是否为等差数列,是等差数列的话写出其公差.

(1)$-1,3,7,11,15,\cdots$

(2)$35,29,23,17,11,\cdots$

(3)$1,1,1,1,1,\cdots$

(4)$2,-2,2,-2,2,\cdots$

2. 已知$\{a_n\}$为等差数列,$a_4=6$,公差 $d=-3$,试求这个数列的前 3 项.

3. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_4=7$,$a_9=22$,求首项 a_1 与公差 d.

4. 求等差数列 $1,5,9,13,\cdots$的前 10 项和.

5. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=5$,$a_n=81$,$S_n=860$,求 n 和 d.

自我检测

1. 选择题.

(1)数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n+5$,则这个数列是(　　).

A. 公差为 2 的等差数列　　B. 公差为 5 的等差数列

C. 首项为 2 的等差数列　　D. 首项为 5 的等差数列

(2)已知等差数列 $1,-1,-3,-5,\cdots$,则-81是它的第(　　)项.

A. 41　　B. 42

C. 43　　D. 44

(3)等差数列$\{a_n\}$的首项$a_1=-7$,公差$d=3$,那么 32 是这个数列的第(　　)项.

A. 12　　B. 13

C. 14　　D. 15

(4)已知数列$\{a_n\}$满足$a_n=a_{n+1}-2$,$a_1=1$,则它的通项公式为(　　).

A. $a_n=2n-1$　　B. $a_n=2n+1$

C. $a_n=-2n+3$　　D. $a_n=2n+3$

(5)$1+3+5+\cdots+(2n-1)=$(　　).

A. n^2　　B. $n(n+1)$

C. $(n+1)^2$　　D. 以上都不正确

(6)已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为$S_n=n^2+\frac{1}{2}n$,则这个数列的通项公式为(　　).

A. $2n$　　B. $2n-\frac{1}{2}$

C. $2n+\frac{1}{2}$　　D. $2n+1$

2. 填空题.

(1)等差数列 $2,5,8,\cdots$ 的公差 $d=$____________,通项公式 $a_n=$____________,$a_6=$____________.

(2)在等差数列$\{a_n\}$中,$a_4=6$,$a_7=12$,则公差 $d=$____________.

(3)在等差数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_5=8$,$a_3+a_7=14$,则 $a_1=$____________,$d=$____________.

(4)设三个数 $3,x,11$ 成等差数列,则 $x=$____________.

(5)等差数列 $24,22,20,\cdots$,从第____________项开始为负数.

(6)已知等差数列$\{a_n\}$的通项公式是 $a_n=2n-1$,则 $a_5=$____________,$S_5=$____________.

3. 写出等差数列$\frac{5}{3}$，$\frac{7}{3}$，3，$\frac{11}{3}$，…的通项公式，并求出这个数列的第 10 项.

4. 根据下列各题中的条件，求出相应的等差数列的前 n 项的和.

(1)$a_1=4$，$a_n=36$，$n=10$；　　(2)$a_1=3$，$d=-2$，$n=15$.

5. 已知等差数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=3n-5$，求其前 n 项和公式及 S_{20}.

6. 已知在等差数列$\{a_n\}$中，$d=2$，$a_n=1$，$S_n=-15$，求 n 与 a_1 的值.

6.3　等比数列

学习目标

1. 理解等比数列的定义，能够判断数列是否为等比数列.

2. 掌握等比数列的通项公式和前 n 项和公式.

3. 理解等比中项的概念，能够利用等比中项求解等比问题.

知识点归纳

1. 基本概念

(1)**等比数列**:如果一个数列 $a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots$ 从第 2 项起,每一项与它前一项的比都等于同一个非零的常数,那么这个数列叫作**等比数列**.

(2)**公比**:若数列的每一项与它前一项的比都等于同一个非零的常数,则这个非零的常数叫作**公比**,一般用字母 q 来表示.

(3)**等比中项**:如果在 a 和 b 之间插入一个数 c,使得 a,c,b 成等比数列,那么 c 叫作 a 与 b 的**等比中项**.

2. 重要公式

(1)若数列$\{a_n\}$为等比数列,公比为 q,则 a_1 与 q 均不为零,且有$\frac{a_{n+1}}{a_n}=q$,即

$$a_{n+1}=a_n\cdot q.$$

(2)首项为 a_1,公比为 q 的等比数列的通项公式为

$$a_n=a_1\cdot q^{n-1}.$$

(3)当 $q\neq1$ 时,等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和公式为

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}(q\neq1),$$

还可以写成

$$S_n=\frac{a_1-a_nq}{1-q}(q\neq1).$$

当 $q=1$ 时,等比数列的各项都相等,此时数列前 n 项和为 $S_n=na_1$.

(4)如果 c 是 a 与 b 的等比中项,那么$\frac{c}{a}=\frac{b}{c}$,即 $c^2=ab$,所以

$$c=\pm\sqrt{ab}(ab>0).$$

巩固练习

1. 填空题.

(1)在等比数列$\{a_n\}$中,已知 $a_1=9,a_3=4$,则公比 $q=$________.

(2)在等比数列$\{a_n\}$中,已知 $a_1=-4,a_4=\frac{1}{2},a_n=-\frac{1}{4}$,则 $n=$________.

(3)在 8 和 27 之间插入 2 个数,使它们成等比数列,则这 2 个数是________和________.

(4)在等比数列$\{a_n\}$中,已知 $a_1=7,q=2$,则 $S_6=$________.

2.判断下列数列是否为等比数列，若是请求出公比：

(1)64,32,16,8,4,…；

(2)1,－1,1,－1,…；

(3)0,3,6,12,…；

(4)$\frac{25}{8},\frac{5}{4},\frac{1}{2},\frac{1}{5},\cdots$；

(5)0,0,0,0,0,….

3.有四个数，前三个数成等比数列，且它们的积为216，后三个数成等差数列，且它们的和为54，求这四个数.

4.在等比数列$\{a_n\}$中，S_n为前n项和，若$a_n>0$，$a_2=4$，$S_4-a_1=28$，求$\frac{a_{n+3}}{a_n}$的值.

5. 在等比数列$\{a_n\}$中,已知$a_2=5$,$a_5=625$,求q和S_5的值.

自我检测

1. 选择题.

(1)下列数列中,既是等差数列又是等比数列的是(　　).

A. 0,0,0,0,…　　B. $\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\frac{1}{16},\cdots$

C. 1,1,1,1,…　　D. $-1,1,-1,1,\cdots$

(2)在等比数列$1,-\frac{1}{2},\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$中,$a_6=$(　　).

A. $\frac{1}{32}$　　B. $-\frac{1}{32}$

C. $\frac{1}{64}$　　D. $-\frac{1}{64}$

(3)已知等比数列64,32,16,…,则$\frac{1}{16}$是它的第(　　)项.

A. 10　　B. 11

C. 12　　D. 13

(4)若等比数列的首项是$\frac{9}{8}$,末项是$\frac{1}{3}$,公比为$\frac{2}{3}$,则该数列的项数为(　　).

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

(5)等比数列$\{a_n\}$的前4项的和为1,前8项的和为17,则等比数列的公比为(　　).

A. 2　　B. -2

C. 2或-2　　D. 2或-1

(6)等比数列$\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8},\cdots$的前8项的和是(　　).

A. 255　　B. $\frac{255}{256}$

C. $\frac{256}{255}$　　D. $\frac{255}{265}$

2. 填空题.

(1)已知 $a_{n+1}-2a_n=0$，则数列$\{a_n\}$是____________数列，其中 $a_1=\frac{1}{2}$，则 $a_n=$____________.

(2)等比数列$\{a_n\}$的公比为 2，那么 a_8 与 a_5 的比值为____________.

(3)等比数列 4，16，64，…的公比 $q=$____________，通项公式 $a_n=$____________，第 6 项 $a_6=$____________.

(4)数 $5+2\sqrt{3}$与 $5-2\sqrt{3}$的等比中项是____________.

(5)在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=54$，$q=\frac{1}{3}$，$a_n=2$，则 $n=$____________，$S_n=$____________.

(6)首项为 5，公比为 2 的等比数列的前 n 项和的公式为____________，前 10 项的和为____________.

3. 写出等比数列$\frac{1}{6}$，$-\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$，…的通项公式，并求这个数列的第 8 项.

4. 求下列各题中两个数的等比中项：

(1)$3+\sqrt{5}$与 $3-\sqrt{5}$；　　(2)16 与 9.

5. 已知三个数成等比数列，其和为-6，其积为 64，求这三个数.

6. 在等比数列$\{a_n\}$中，已知$a_2=8$，$a_5=-27$，求a_1和q.

7. 根据下列各题中的条件，求相应等比数列的前n项和S_n.

(1)$a_1=-1$，$q=2$，$a_n=36$；　　(2)$a_1=8$，$q=-\frac{1}{2}$，$n=6$.

6.4　数列实际应用举例

学习目标

1. 等差数列求和的实际应用问题.
2. 等比数列求和的实际应用问题.

知识点归纳

在本节中主要介绍了等差数列、等比数列在实际生活中的应用，要求能够运用等差数列、等比数列的知识解决一些简单的实际应用问题.

巩固练习

1. 一个屋顶的某一斜面成等腰梯形，最上面的一层铺了21张瓦片，往下每一层多铺1张瓦片，斜面上一共铺了20层瓦片，求一共铺了多少张瓦片？

2. 小王从银行贷款 30 000 元，贷款期限为 3 年，年利率为 5.4%，计算到期后，小王应偿还银行多少元？（精确到个位）

3. 某县 2016 年国民生产总值为 50 亿元. 如果年增长率保持 8%，那么多少年后该县的国民生产总值翻一番？（精确到个位）

4. 某商场近 6 个月的利润由 20 万元按 8%的速度增长，求该商场这半年来的总利润.（精确到 0.01）

自我检测

1. 已知直角三角形的三边长成等差数列，且三角形的周长为 36 cm，求此三角形的三边长.

2. 某工程生产机器，2016 年的年产量为 12 000 台，计划以后每一年比前一年多生产 2 000 台，若严格按照该计划生产，求该工厂 2016—2018 年的总产量.

3. 某化肥厂经过改革后，平均每季度产量比上一季度增长 20%，已知第一季度的产量为 700 吨，求全年的产量.

4. 一个物体从高空落下，经过 10 s 到达地面，已知第一秒内物体下降 5 m，以后每秒所下降的距离都比前一秒多 10 m，求物体下降的高度.

5. 设报纸的厚度为 0.07 mm，将一张报纸对折 4 次后报纸的厚度是多少？求对折 n 次后报纸厚度的表达式.

6. 某种商品经过三次调价，单价由原来的每克 512 元降到 216 元，求这种商品平均每次降价的百分率.

6.5 数学归纳法

学习目标

1. 了解数学归纳法的基本思想；

2. 能够利用数学归纳法证明与正整数有关的命题.

知识点归纳

1. 数学归纳法是一种特殊的证明方法，主要用于研究与正整数有关的数学问题.

2. 一般证明一个与正整数相关的命题，可按下列步骤进行：

(1)证明当 n 取第一个值 n_0($n_0\in\mathbf{N}^*$)时，命题成立.

(2)假设 $n=k$($k\geqslant n_0$，$k\in\mathbf{N}^*$)时命题成立，证明当 $n=k+1$ 时命题也成立.

根据以上两个步骤，就可以断定命题对从 n_0 开始的所有正整数 n 都成立，这种证明方法称为**数学归纳法**.

巩固练习

1. 用数学归纳法证明：当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时，$1+2+2^2+\cdots+2^{5n-1}$ 是 31 的倍数. 当 $n=1$ 时，原式为________，由 $n=k$ 变到 $n=k+1$ 时，左边应添加的项是________.

2. 用数学归纳法证明：$n(n+1)(n+2)(n+3)+1=(n^2+3n+1)^2$($n\in\mathbf{N}^*$).

自我检测

1. 用数学归纳法证明$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}>\frac{13}{24}(n\geqslant 2,n\in\mathbf{N}^*)$的过程中，由 $n=k$ 变到 $n=k+1$ 时，左边应添加的是(　　).

A. $\frac{1}{2(k+1)}$　　B. $\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{2k+2}$

C. $\frac{1}{2k+2}-\frac{1}{k+1}$　　D. $\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{k+2}-\frac{1}{k+1}$

2. 利用数学归纳法证明“对于任意偶数 n，a^n-b^n 能被 $a+b$ 整除”时，第二步证明过程应是(　　).

A. 假设 $n=k$ 时命题成立，再证 $n=k+1$ 时命题也成立

B. 假设 $n=2k$ 时命题成立，再证 $n=2k+1$ 时命题也成立

C. 假设 $n=k$ 时命题成立，再证 $n=k+2$ 时命题也成立

D. 假设 $n=2k$ 时命题成立，再证 $n=2(k+1)$时命题也成立

3. 用数学归纳法证明：$3^{2n+2}-8n-9(n\in\mathbf{N}^*)$能被 64 整除.

4. 在数列$\{a_n\}$中，已知 $S_n=2n-a_n(n=1,2,3,\cdots)$

(1)计算数列$\{a_n\}$的前 5 项；

(2)根据(1)的结果猜想数列$\{a_n\}$的通项公式；

(3)用数学归纳法证明你的猜想.

单元自测题

1. 选择题.

(1)数列$-\frac{1}{2}$,$\frac{9}{4}$,$-\frac{25}{6}$,$\frac{49}{8}$,…的一个通项公式是(　　).

A. $a_n=\frac{2n-1}{2n}$　　B. $a_n=(-1)^n\frac{(2n+1)^2}{2n}$

C. $a_n=(-1)^n\frac{(2n-1)^2}{2n}$　　D. $a_n=(-1)^{n+1}\frac{(2n-1)^2}{2n}$

(2)已知数列$\{a_n\}$的首项为1,数列中其余的项都满足等式$a_n=a_{n-1}+2(n\geqslant 2)$,则这个数列的通项公式为(　　).

A. $a_n=3n-2$　　B. $a_n=2n-1$

C. $a_n=n+2$　　D. $a_n=4n-3$

(3)已知等差数列1,4,7,10,…,则4 900是这个数列的第(　　)项.

A. 1 632　　B. 1 634

C. 1 633　　D. 1 630

(4)数列1,$\frac{1}{2}$,$\frac{1}{4}$,…,$\frac{1}{2^{n-1}}$,…的前100项的和为(　　).

A. $2-\frac{1}{2^{100}}$　　B. $\frac{1}{2^{100}}-2$

C. $2-\frac{1}{2^{99}}$　　D. $\frac{1}{2^{99}-2}$

(5)设$a,x,b,2x$是等比数列中相邻的四项,则$\frac{a}{b}$为(　　).

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. 不能确定

(6)设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=n^2$,则数列$\{a_n\}$为(　　).

A. 等比数列,且公比不为 1　　B. 等差数列

C. 等比数列,且公比为 1　　D. 既不是等差数列,也不是等比数列

(7)已知数列$\{a_n\}$中,$S_n=n^2+n$,则 a_5 为(　　).

A. 10　　B. 20

C. 30　　D. 40

(8)某细菌在培养过程中,每 20 分钟分裂一次(一个分裂为两个). 经过 3 个小时,这种细菌由 1 个可以繁殖为(　　)个.

A. 511　　B. 512

C. 1 023　　D. 1 024

2. 填空题.

(1)数列$\left\{\dfrac{1}{2n}\right\}$中,第 6 项为__________.

(2)通项公式为 $a_n=4n+2$ 的数列的前 n 项和公式为__________.

(3)已知等差数列中$\{a_n\}$,$a_{15}=33$,$a_{45}=153$,则 217 是这个数列中的第__________项.

(4)在等比数列$\{a_n\}$中,$a_2=6$,$a_6=96$,则公比 $q=$__________,$S_6=$__________.

(5)成等比数列的三个正数 $2,x,y$ 的和为 14,则 $x=$__________,$y=$__________.

(6)三个数 a,b,c 成等差数列,三个数 $a,b-a,c-a$ 成等比数列,则 $a:b:c=$__________.

3. 求等差数列$-1,2,5,8,\cdots$的前 20 项的和.

4. 等差数列$\{a_n\}$中,$a_6=5$,$a_3+a_8=5$,求 S_{11}.

5. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=4$，$a_5=16$，求 S_6.

6. 在等比数列$\{a_n\}$中，已知 $q=\frac{1}{2}$，$S_3=1$，求首项 a_1 的值.

7. 小王买了一辆价值 20 万元的新车，如果按平均每年 10％的速度折旧，用满 5 年的时候卖掉，这辆车还能卖多少钱？

8. 用数学归纳法证明：凸 n 边形内角之和为$(n-2)\times180^\circ$$(n\geqslant3,n\in\mathbf{N}^*)$.

第7单元　平面向量

7.1　平面向量的概念

学习目标

1. 了解向量、向量相等、共线向量等概念.

2. 理解掌握向量、向量相等、共线向量的概念.

知识点归纳

本节主要介绍了向量的一些基本概念.

(1)**数量**(或**标量**):只有数值大小的量叫作**数量**(或**标量**).

(2)**向量**(或**矢量**):既有大小又有方向的量叫作**向量**(或**矢量**).

(3)**平面向量**:平面上带有指向的线段(有向线段)叫作**平面向量**.

(4)**平面向量的起点、终点**:有向线段的起点叫作**平面向量的起点**,有向线段的终点叫作**平面向量的终点**.

(5)**向量的模**:向量的长度叫作**向量的模**,向量的模是一个非负数.

(6)**零向量**:当向量的终点和起点重合时,向量便成为一个点,我们称它为**零向量**,记作$\mathbf{0}$. 零向量的模等于0,即$|\mathbf{0}|=0$. 零向量的方向是任意的. 规定:所有的零向量都相等.

(7)**单位向量**:模为 1 的向量叫作**单位向量**.

(8)**向量相等**:如果两个向量的模相等,方向也相同,那么我们就说这两个向量相等. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 相等,记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

(9)**相反向量**:如果两个向量的模相等,方向相反,那么我们就说这两个向量互为相反向量,$\boldsymbol{a}$ 的相反向量记作 $-\boldsymbol{a}$. 规定:零向量的相反向量仍为零向量.

(10)**向量平行**:方向相同或相反的两个非零向量叫作互相平行的向量. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$. 规定:零向量与任何一个向量平行.

(11)**共线向量**:由于任意一组互相平行的向量都可以平移到同一条直线上,因此互相平行的向量又叫作**共线向量**.

巩固练习

1. 填空题.

(1)在数学中,把既有__________,又有__________的量,称为向量,每个向量都可以用带有箭头的线段来表示,其中,箭头的方向表示该向量的__________,线段的长度表示该向量的__________.

(2)模为零的向量称为__________. 用__________表示. 模为__________的向量称为单位向量.

(3)零向量的负向量是__________,它与任一向量__________.

(4)已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个不共线的非零向量,若存在一个向量 $\boldsymbol{c}$,使得 $\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 共线,$\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 也共线,则 $\boldsymbol{c}=$__________.

2. 如图 7-1 中,在长方形 $ABCD$ 中,AC 与 BD 相交于 O,试举出以图中各点为起点和终点的向量中,哪些是相等的向量.

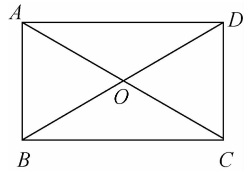

图 7-1

3. 如图 7-2 所示，四边形 $ABCD$ 是正方形，$\triangle BCE$ 是等腰直角三角形，试写出：

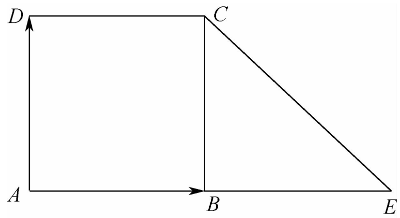

图 7-2

(1)与 $\overrightarrow{AB}$ 共线的向量；

(2)与 $\overrightarrow{AB}$ 相等的向量；

(3)与 $\overrightarrow{AD}$ 模相等的向量.

自我检测

1. 选择题.

(1)下列各个量中不是向量的是(　　).

A. 重力　　B. 水流速度

C. 位移　　D. 质量

(2)如果四边形 $ABCD$ 是平行四边形，那么(　　).

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}$　　B. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CB}$　　D. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$

(3)相反向量是(　　).

A. 方向相反的向量　　B. 方向相同且大小不等的向量

C. 大小不等的向量　　D. 等长但方向相反的向量

(4)下列结论中,正确的是(　　).

A. 若两个向量相等,则它们的起点和终点分别相同

B. 模相等的两个平行向量是相等的向量

C. 若 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 都是单位向量,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

D. 两个相等向量的模相等

(5)给出下列四个命题:

①零向量方向是任意的;②如果 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$,则 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$;

③如果 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$;④如果向量 $\boldsymbol{a}$ 是单位向量,则 $|\boldsymbol{a}|=0$.

其中正确的命题是(　　).

A. ①②　　B. ①③

C. ②③　　D. ②④

2. 填空题.

(1)下列物理量中,是向量的有__________.

①质量　②速度　③位移　④力　⑤加速度　⑥路程　⑦温度

(2)如果两个非零向量共线,那么这两个向量的方向__________.

(3)如图 7-3 所示,在△ABC 中,D,E 分别为 AB,BC 的中点,

①写出与向量$\overrightarrow{AD}$ 相等的向量:__________;

②写出与向量$\overrightarrow{AD}$ 共线的向量:__________;

③写出与向量$\overrightarrow{DE}$ 共线的向量:__________.

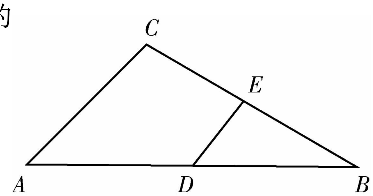

图 7-3

3. 如图 7-4 所示,在平行四边形 $ABCD$ 中,

(1)写出$\overrightarrow{BC}$ 的相反向量;

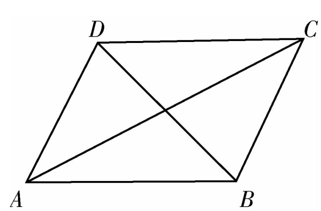

图 7-4

(2)写出与$\overrightarrow{CD}$相等的向量;

(3)写出与$\overrightarrow{AB}$共线的向量.

4. 如图 7-5 所示,在梯形 $ABCD$ 中,$AB//CD$,对角线 AC 与 BD 相交于点 O,E,F 分别是 AC,BD 的中点.

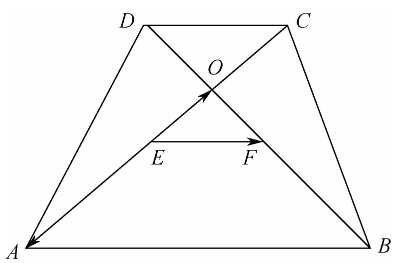

图 7-5

(1)分别写出与$\overrightarrow{EF}$,$\overrightarrow{EO}$共线的向量;

(2)写出与$\overrightarrow{EA}$相等的向量.

5. 一辆汽车从 A 城出发向西行驶了 100 km 到达 B 城，然后又改变方向，向西偏北 50° 行驶了 200 km 到达 C 城，最后又改变方向，向东行驶了 100 km 到达 D 城.

(1)作出向量 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{CD}$；

(2)求 $|\overrightarrow{AD}|$.

7.2 平面向量的运算

学习目标

1. 理解平面向量的加法和减法运算.
2. 会用向量加法的三角形法则和平行四边形法则.
3. 理解实数与向量的积的定义，掌握实数与向量的运算律.

知识点归纳

1. 基本概念

(1)**向量的加法、三角形法则**：设向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 不共线，在平面上任取一点 A，首尾相接地作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫作向量 $\overrightarrow{AB}$ 与向量 $\overrightarrow{BC}$ 的**和**，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$. 求向量的和的运算叫作**向量的加法**. 上述求向量和的方法叫作**向量加法的三角形法则**.

(2)**向量加法的平行四边形法则**：在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AC}$ 表示的向量为 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AD}$ 的和，这种求和的方法叫作**向量加法的平行四边形法则**.

(3)**差向量**：起点相同的两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，它们的差 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 仍然是一个向量，叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的**差向量**.

(4)**数乘向量**：实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的一个积是向量，叫作**数乘向量**，记作 $\lambda\boldsymbol{a}$.

(5)**向量的数乘运算**:实数与向量的乘法运算叫作**向量的数乘运算**.

(6)**向量的线性运算**:向量的加法、减法以及数乘运算都叫作**向量的线性运算**.

(7)**线性组合、线性表示**:一般地,$\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$($\lambda$,$\mu$ 均为实数)叫作向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 的一个线性组合.如果 $\boldsymbol{l}=\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$,则称 $\boldsymbol{l}$ 可以用 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 线性表示.

2. 重要的公式

(1)平面向量的加法

$$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}.$$

(2)加法的性质

①$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}$;

②$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$;

③$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

(3)平面向量的减法

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}.$$

(4)数乘向量的模

$$|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda|\cdot|\boldsymbol{a}|.$$

(5)数乘向量的性质

①$0\cdot\boldsymbol{a}=\boldsymbol{0}$,$\lambda\cdot\boldsymbol{0}=\boldsymbol{0}$;

②当$|\lambda\boldsymbol{a}|\neq 0$时,若 $\lambda>0$,则 $\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同;若 $\lambda<0$,则 $\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反.

(6)数乘的运算律

①$(\lambda\mu)\boldsymbol{a}=\lambda(\mu\boldsymbol{a})=\mu(\lambda\boldsymbol{a})$;

②$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$;

③$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

巩固练习

1. 选择题.

(1)在平行四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BA}=$(　　).

A. $\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{DA}$

C. $\overrightarrow{AB}$　　D. $\overrightarrow{AC}$

(2)在四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$,则四边形 $ABCD$ 是(　　).

A. 矩形　　B. 菱形

C. 正方形　　D. 平行四边形

(3)已知四边形 $ABCD$ 是平形四边形，点 E 是 CD 的中点，且 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，则 $\overrightarrow{BE}$ 等于(　　).

A. $\boldsymbol{b}+\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$　　B. $\boldsymbol{b}-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

(4)下列等式一定能成立的是(　　).

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$　　D. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$

(5)若 $\lambda\in\mathbf{R}$，则下列关系中正确的是(　　).

A. 若 $\lambda=0$，则 $\lambda\boldsymbol{a}=0$　　B. 若 $\boldsymbol{a}=\mathbf{0}$，则 $\lambda\boldsymbol{a}=0$

C. $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda|\boldsymbol{a}$　　D. $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$

2. 填空题.

(1)$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=$____________.

(2)$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{CN}=$____________.

(3)$\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EP}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{PE}=$____________.

(4)$\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-\frac{1}{2}(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=$____________.

(5)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=$____________.

(6)已知 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线，实数 x，y 满足向量等式 $3x\boldsymbol{a}+(10-y)\boldsymbol{b}=(4y+4)\boldsymbol{a}+2x\boldsymbol{b}$，则 $x=$____________，$y=$____________.

3. 求下列各式中的向量 $\boldsymbol{x}$：

(1)$3(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{x})=2(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{x})$；　　(2)$\frac{1}{3}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}-\frac{1}{3}\boldsymbol{a}$.

4. 在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于 O，若 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示：

(1)$\overrightarrow{AD}$；　　(2)$\overrightarrow{DC}$；

(3) $\overrightarrow{CB}$ ；　　　　(4) $\overrightarrow{BA}$.

自我检测

1. 选择题.

(1)向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 都是非零向量,则下面说法错误的是(　　).

A. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向,且 $|\boldsymbol{a}|>|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向

B. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向,且 $|\boldsymbol{a}|<|\boldsymbol{b}|$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向

C. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 同向,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同向

D. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 反向,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 反向

(2)已知正方形 $ABCD$ 的边长是 1,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}$,则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$(　　).

A. 0　　　　B. 3

C. 2　　　　D. $2\sqrt{2}$

(3)在△ABC 中,D,E,F 分别 AB,BC,AC 是的中点,则 $\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{DB}=$(　　).

A. $\overrightarrow{FD}$　　　　B. $\overrightarrow{BE}$

C. $\overrightarrow{FE}$　　　　D. $\overrightarrow{DF}$

2. 化简下列各式.

(1) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DE}$；　　　　(2) $(\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AN})+(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GE})$；

(3) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{CB}$；　　　　(4) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{ME}$；

（5）$\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CH}+\overrightarrow{HJ}$；

（6）$\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{FG}$；

（7）$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{PQ}$；

（8）$\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FM}-\overrightarrow{DN}$.

3.计算下列各式.

（1）$\frac{1}{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-\frac{1}{4}(\boldsymbol{b}-3\boldsymbol{a})$；

（2）$-\frac{2}{3}(6\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})+\frac{1}{5}(2\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})$；

（3）$4(2\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})+3(3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$；

（4）$-2(6\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})+\frac{1}{5}(10\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})$；

（5）$3(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})-2(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$；

（6）$3\boldsymbol{a}-2(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})-2(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$；

（7）$4(3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})+3(\boldsymbol{b}-2\boldsymbol{a})$；

（8）$5(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})-4(-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$.

4. 在 $\triangle ABC$ 中，D,E,F 分别是 BC,CA,AB 边上的中点，且 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，试把向量 $\overrightarrow{FD}$，$\overrightarrow{ED}$，$\overrightarrow{CF}$，用向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 表示出来.

5. 如图 7-6 所示，已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$，分别做出满足下列条件的向量 $\boldsymbol{c}$.

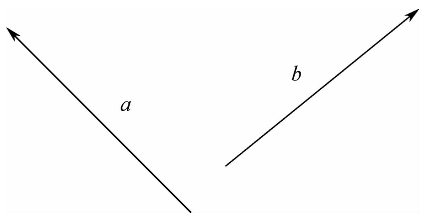

图 7-6

(1) $\boldsymbol{c}=2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$；　　(2) $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$.

6. 已知一点 O 到平行四边形 $ABCD$ 三个顶点 A,B,C 的向量分别是 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，求向量 $\overrightarrow{OD}$.

7. 如图 7-7 所示，一动点由 A 点出发，经过 B 点、C 点到达点 D，画出该动点的总位移，并用直尺量出位移的长度和动点经过的路程.

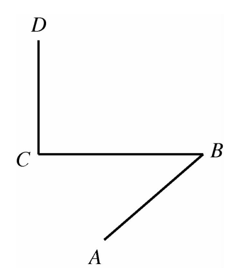

图 7-7

7.3　平面向量的坐标表示

学习目标

1. 理解平面向量的坐标表示.

2. 会运用向量的坐标进行向量的运算.

知识点归纳

本节主要介绍了平面向量坐标表示的概念和一些计算公式.

(1)**向量的坐标**:对任意一个平面向量 $\boldsymbol{a}$,都存在一对有序实数(x,y),使得 $\boldsymbol{a}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}$. 有序实数对$(x,y)$叫作向量 $\boldsymbol{a}$ 的**坐标**,记作 $\boldsymbol{a}=(x,y)$.

(2)起点为 $A(x_1,y_1)$,终点为 $B(x_2,y_2)$的向量坐标为$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,y_2-y_1)$.

(3)在平面直角坐标系中,$\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$,$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$,则

①$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$;

②$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$;

③$\lambda\boldsymbol{a}=(\lambda x_1,\lambda y_1)$.

(4)对于非零向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,设 $\boldsymbol{a}=(x_1,y_1)$,$\boldsymbol{b}=(x_2,y_2)$,则

$$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}\Leftrightarrow x_1y_2-x_2y_1=0.$$

巩固练习

1. 选择题.

(1)已知点 A,B,C 的坐标分别为$(-1,0)$,$(2,0)$,$(-3,0)$,则 $2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=$(　　).

A. $(-4,0)$　　　　B. $(6,0)$

C. $(8,0)$　　　　D. $(0,0)$

(2)已知 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1+2\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{b}=2\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$, 则向量 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 与 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$(　　).

A. 一定共线　　　　B. 一定不共线

C. 仅当 $\boldsymbol{e}_1$,$\boldsymbol{e}_2$ 共线时共线　　　　D. 仅 $\boldsymbol{e}_1=\boldsymbol{e}_2$ 时共线

(3)已知 $\boldsymbol{a}=(-2,-4)$, $\boldsymbol{b}=(2,6)$, 则 $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 的坐标为(　　).

A. $(0,5)$　　　　B. $(0,1)$

C. $(2,5)$　　　　D. $(2,8)$

(4)下列说法不正确的是(　　).

A. 平面内只有一对不共线的向量可以作为表示该平面内所有向量的基底

B. 一个平面内有无数对向量可以作为表示该平面内所有向量的基底

C. 平面内的基底一旦确定，则该平面中的任何一个向量关于基底的线性分解形式也是一定的

D. 零向量不可以作为基底

(5)已知向量 $\boldsymbol{e}_1=(-2,4)$，$\boldsymbol{e}_2=(1,-2)$，则向量 $\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 的关系是(　　).

A. 不共线　　　　B. 相等

C. 同向共线　　　　D. 异向共线

(6)已知 $M=(3,-2)$，$N=(-5,-1)$，且 $\overrightarrow{MP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$，则点 P 的坐标为(　　).

A. $(1,\frac{3}{2})$　　　　B. $(-1,\frac{3}{2})$

C. $(1,-\frac{3}{2})$　　　　D. $(-1,-\frac{3}{2})$

2. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 及其起点 A 的坐标，求终点 B 的坐标.

(1) $\boldsymbol{a}=(4,5)$，$A(2,3)$；　　　　(2) $\boldsymbol{a}=(-3,-5)$，$A(3,7)$.

3. 已知 $\boldsymbol{a}=(0,5)$，$\boldsymbol{b}=(3,3)$，$\boldsymbol{c}=(-1,4)$，求下列向量的坐标.

(1) $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{4}\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$；　　　　(2) $\frac{1}{3}(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}-6\boldsymbol{c})$；

4. 已知 $\boldsymbol{a}=(3,6)$，$\boldsymbol{b}=(1,-2)$，且 $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$，求向量 $\boldsymbol{c}$ 的坐标.

5. 已知作用在原点的三个力 $\boldsymbol{F}_1=(1,2)$，$\boldsymbol{F}_2=(1,-2)$，$\boldsymbol{F}_3=(-1,-4)$，求它们合力 $\boldsymbol{F}$ 的坐标.

自我检测

1. 选择题.

(1)已知$\overrightarrow{AB}=(x,y)$，点 B 的坐标为$(-2,1)$，则$\overrightarrow{OA}$ 的坐标为(　　).

A. $(x-2,y+1)$　　B. $(x+2,y-1)$

C. $(-2-x,1-y)$　　D. $(x+2,y+1)$

(2)设点 $A(-1,2)$，$B(2,3)$，$C(3,-1)$，且$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{BC}$，则点 D 的坐标为(　　).

A. $(3,14)$　　B. $(-2,-16)$

C. $(2,16)$　　D. $(2,0)$

(3)已知点 $A(-3,2)$，$B(1,4)$，P 为线段 AB 的中点，则向量$\overrightarrow{BP}$ 的坐标为(　　).

A. $(-2,-1)$　　B. $(2,1)$

C. $(4,2)$　　D. $(-8,-4)$

(4)若向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$，$\boldsymbol{b}=(1,-1)$，$\boldsymbol{c}=(-1,2)$，则 $\boldsymbol{c}$ 等于(　　).

A. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{3}{2}\boldsymbol{b}$　　B. $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}-\frac{3}{2}\boldsymbol{b}$

C. $\frac{3}{2}\boldsymbol{a}-\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$　　D. $-\frac{3}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}$

(5)已知点 $A(-1,0)$，$B(5,6)$，$P(3,4)$且$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{PB}$，则 $\lambda=$(　　).

A. 3　　B. 2

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

(6)已知菱形 $ABCD$ 的三个顶点为 $A(-3,-1)$，$B(2,-1)$，$C(5,3)$，则顶点 D 的坐标是(　　).

A. $(3,0)$　　B. $(0,3)$

C. $(-3,-1)$　　D. $(1,3)$

2. 填空题.

(1)设 $P(3,5)$，$Q(-2,7)$，则向量$\overrightarrow{PQ}$ 的坐标为____________，向量$\overrightarrow{QP}$ 的坐标为____________.

(2)已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-2)$,$\boldsymbol{b}=(-3,4)$,则 $3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 的坐标为__________.

(3)在直角坐标系中,已知点 $A(-1,3)$,$\overrightarrow{AB}=(6,-2)$,则点 B 的坐标为__________.

(4)已知 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(5,4)$,$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=(0,-3)$,则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的坐标为__________.

(5)设向量 $\boldsymbol{a}=(3,-2)$,$\boldsymbol{b}=(-1,2)$,则向量 $\boldsymbol{m}=2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的坐标为__________.

(6)已知 $\boldsymbol{a}=(2,-3)$,$\boldsymbol{b}=(2,0)$,$\boldsymbol{c}=(-1,-2)$,$\boldsymbol{d}=2\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$,则向量 $\boldsymbol{d}$ 的坐标为__________.

3. 已知 $\boldsymbol{a}=(3,4)$,$\boldsymbol{b}=(-2,5)$,求:

(1)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$;

(2)$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$;

(3)$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$;

(4)$3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$;

(5)$\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$.

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 的坐标分别为$(1,-3)$,$(4,0)$,$(-2,-5)$,求下列各向量的坐标.

(1)$2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+3\boldsymbol{c}$;

(2)$-3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}$.