金典学案

ISBN 978-7-5131-9116-6
9 787513 191166 >
定价：35.00元

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学 金典学案（拓展模块1·上）

金典学案编写组 编

开明出版社

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学
金典学案

拓展模块1·上

金典学案编写组 编

- 梳理知识线
- 详解重难点
- 加强随堂练

开明出版社

中等职业学校公共基础课程辅导用书

数学

金典学案

拓展模块1·上

金典学案编写组　编

开明出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学金典学案：拓展模块 1. 上 / 金典学案编写组
编．—北京：开明出版社，2024. 6.—ISBN 978-7
-5131-9116-6

Ⅰ. G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024RT1488 号

责任编辑：张薇薇

SHUXUE JINDIAN XUEAN(TUOZHAN MOKUAI 1 · SHANG)

数学金典学案(拓展模块 1 · 上)

金典学案编写组　编

出　　版：开明出版社
（北京市海淀区西三环北路 25 号　邮编 100089）

印　　刷：三河市骏杰印刷有限公司

开　　本：880 mm×1230 mm　1/16

印　　张：11

字　　数：247 千字

版　　次：2024 年 6 月第 1 版

印　　次：2024 年 6 月第 1 次印刷

定　　价：35.00 元

印刷、装订质量问题，出版社负责调换。联系电话：(010)88817647

前言

PREFACE

我们为什么要推出“金典学案”系列？

2020年，教育部发布了中等职业学校语文、数学、英语、思想政治、历史等学科的课程标准，这些课程标准是指导中等职业学校（以下简称中职学校）教师教学和学生学习的重要指南。

2020年版课程标准的制定是中职教育改革的重要举措，旨在培养适应社会发展需要的高素质劳动者和技能型人才，因此，该课程标准对中职学校教师的“教”与学生的“学”均提出了诸多新要求。

为了帮助广大中职学校的师生更准确地把握课程标准的精神，我们在深入研究课程标准、学科教材，以及各地职教高考的特点与发展趋势的基础上，精心编写了这套“金典学案”。

“金典学案”系列有什么特色？

“金典学案”的主体内容按照“课前预习—课中探究—课后巩固”的思路进行编写，包含各章测试卷、期中测试卷和期末测试卷。各部分的定位及使用方法建议如下表所示。

内容	定位	使用方法建议
课前预习	对课堂上将要讲解的知识进行重难点提示或提供背景介绍，帮助学生提前进入学习状态	学生自主学习，或在教师指导下学习
课中探究	辅助教师引导学生对课本知识进行应用、探究，帮助学生掌握学习的重难点，领会核心知识，提升核心素养	以教师引导为主，师生充分互动、探究，形式可多样化
课后巩固	针对课堂所讲解的知识点，辅以相应的练习题，帮助学生进行巩固提升，做到学以致用	可作为学生的随堂作业或课后作业
测试卷	参考考试常见题型命制独立试卷，重视对知识点的综合考查，阶段性地检测学生的学习成果	教师可组织学生进行集中测试，然后评分，最后做测试数据分析

衷心希望“金典学案”能为广大中职学校的师生提供有力的帮助，助力广大中职学子驶入成才“快车道”！

金典学案编写组

目录

CONTENTS

第1章

充要条件

1.1 充分条件和必要条件

学习目标

1. 了解充分条件、必要条件的概念.
2. 了解命题中条件与结论的关系.

课前——知识·梳理

1. 命题

(1)定义：能够判断真假的陈述句称为命题，经常用小写的英文字母 $p,q,r,s,\cdots$ 来表示命题.

(2)按命题的正确与否可分为真命题和假命题.

2. 充分条件与必要条件

(1)若命题“如果 p，那么 q”是真命题，即由 p 可以推出 q，则称条件 p 是结论 q 的充分条件，记作 $p\Rightarrow q$.

(2)若命题“如果 p，那么 q”的逆命题“如果 q，那么 p”是真命题，即由 q 可以推出 p，则称条件 p 是结论 q 的必要条件，记作 $p\Leftarrow q$.

课中——练习·探究

当堂检测

1. 下列语句是命题的是 (　　)

A. 这朵花很香　　B. 请您过来一下

C. 你喜欢数学吗　　D. 生活在水里的动物是鱼

2. 把命题“天上下雨地上湿”写成“如果 p，那么 q”的形式，可以是 (　　)

A. 如果天上下雨，那么地上湿　　B. 如果天上不下雨，那么地上不会湿

C. 如果地上湿了，那么天上下雨了　　D. 如果地上没湿，那么天上没下雨

3. 把下列命题写成“如果 p,那么 q”的形式,并判断条件 p 是不是结论 q 的充分条件.

(1)同位角相等,两直线平行;

(2)水滴石穿.

4. 写出下列命题的逆命题,并判断其真假;依此判断原命题的条件 p 是不是结论 q 的必要条件.

(1)如果 $|x|>0$,那么 $x>0$;

(2)如果 $a=0$,那么 $ab=0$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. 已知 $p:a\neq 0$,$q:ab\neq 0$,则 p 是 q 的 ( )

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 既不是充分条件也不是必要条件　　D. 既是充分条件又是必要条件

2. 若 p 是 q 的充分条件,则 q 是 p 的 ( )

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 既不是充分条件也不是必要条件　　D. 既是充分条件又是必要条件

3. “$a>0$”是“$a>1$”的 ( )

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 既不是充分条件也不是必要条件　　D. 既是充分条件又是必要条件

4. “$x=y$”是“$x^2=y^2$”的 ( )

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 既不是充分条件也不是必要条件　　D. 既是充分条件又是必要条件

5. 已知 p:$x^2-x<0$,那么命题 p 的一个充分条件是 （　　）

A. $0<x<2$　　　　B. $-1<x<1$

C. $\frac{1}{2}<x<\frac{2}{3}$　　　　D. $\frac{1}{2}<x<2$

二、填空题

6. 用"$\Rightarrow$"或"$\Leftarrow$"填空.

(1)$x\in A$ __________ $x\in A\cup B$;

(2)两个三角形全等 __________两个三角形相似;

(3)$ab=0$ __________ $a=0$.

7. 用"充分"或"必要"填空.

(1) "$x\in \mathbf{Z}$"是 "$x\in \mathbf{N}$"的 __________条件;

(2) "x 是 4 的倍数"是 "x 是 2 的倍数"的 __________ 条件.

8. "$\lg x>\lg y$"是"$\sqrt{x}>\sqrt{y}$"的__________条件.(填"充分"或"必要")

三、解答题

9. 判断下列语句是不是命题. 若是,是真命题还是假命题?

(1)0 是自然数吗?

(2)10^{100}可真大!

(3)$x>2$;

(4)$5>2$;

(5)若 $a=0$,则 $ab=0$;

(6)如果 $x^2=1$,那么 $x=1$.

10. 已知命题 p:$\alpha=\beta$;命题 q:$\tan\alpha=\tan\beta$,那么 p 是 q 的什么条件?

1.2 充要条件

学习目标

了解充要条件的概念.

课前——知识·梳理

1. 充要条件:若命题“如果 p,那么 q”是真命题,其逆命题“如果 q,那么 p”也是真命题,即 $p\Rightarrow q$ 并且 $p\Leftarrow q$,则称 p 是 q 的充分且必要条件,简称充要条件,记作 $p\Leftrightarrow q$.

2. 若 $p\Rightarrow q$ 但 $q\nRightarrow p$,则 p 是 q 的充分不必要条件.

若 $p\nRightarrow q$ 但 $q\Rightarrow p$,则 p 是 q 的必要不充分条件.

课中——练习·探究

当堂检测

1. 判断下列命题中条件 p 是不是结论 q 的充要条件.

(1)如果 x 是整数,那么 x 是有理数;

(2)如果 $x^2-5x+6=0$,那么 $x=2$ 或 $x=3$.

2. 指出下列各组中的条件 p 是结论 q 的什么条件.

(1)p：$x=3$，q：$(x-1)(x-3)=0$；

(2)p：$x>1$，q：$x>3$；

(3)p：$x=y$，q：$(x-y)^2=0$.

归纳探究

怎样结合子集与推出关系来判断充分条件和必要条件呢？

课后——巩固·提升

一、选择题

1. “$x=0$”是“$x^2=0$”的 （　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

2. “$x\in\mathbf{R}$”是“$x\in\mathbf{Q}$”的 （　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. “$a>b>0$”是“$|a|>|b|$”的 （　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 下列命题中是“$x^2=4$”的充要条件的是 （　　）

A. $x=2$　　B. $x=-2$

C. $x=2$ 或 $x=-2$　　D. $x=2$ 且 $x=-2$

二、填空题

5.用"$\Rightarrow$""$\Leftarrow$"或"$\Leftrightarrow$"填空,并判断下列各组命题中条件 p 是结论 q 的什么条件.

(1)$p:x=y$,$q:|x|=|y|$;p __________ q,p 是 q 的__________条件;

(2)$p:x<2$,$q:x<0$;p __________ q,p 是 q 的__________条件;

(3)$p:x>3$,$q:x>5$;p __________ q,p 是 q 的__________条件;

(4)$p:3x>6$,$q:x>2$;p __________ q,p 是 q 的__________条件;

(5)$p:x-2=0$,$q:(x-2)(x+5)=0$;p __________ q,p 是 q 的__________条件.

6."$x^2-2x>0$"的充要条件是__________.

7.用适当的命题填空.

(1)$ab=0\Leftrightarrow$__________;

(2)$a^2=b^2\Leftrightarrow$__________;

(3)$(x-2)(x+3)=0\Leftrightarrow$__________.

三、解答题

8.命题 $p:x>0,y<0$,命题 $q:x>y,\dfrac{1}{x}>\dfrac{1}{y}$,则 p 是 q 的什么条件?

9.p 是 q 的充分不必要条件,p 是 s 的充要条件,那么 s 是 q 的什么条件?

10. 已知命题 p：$\frac{2x}{x-1}<1$，命题 q：$(x+a)(x-1)<0$，若 p 是 q 的充要条件，求 a 的值.

课外——拓展·阅读

自主招生中的充分条件与必要条件

某大学2022年自主招生简章中规定，凡是高中阶段在全国中学生学科奥林匹克竞赛中获得省赛区竞赛一等奖(含)以上者(简记为“满足竞赛条件”，下同)，都可以报名参加该校的自主招生考试.

根据这一信息，回答下列问题：

(1)已知甲同学满足竞赛条件，那么甲能申请参加该大学2022年的自主招生考试吗?

(2)已知乙同学已经成功申请到了参加该大学2022年自主招生考试的资格，那么乙同学一定满足竞赛条件吗?

(3)已知丙同学不满足竞赛条件，那么丙同学一定不能申请参加该大学2022年的自主招生考试吗?

第一个问题，相信大家都能得到正确答案：能.

但第二个和第三个问题的答案都是：不一定. 你知道为什么吗?

这是因为满足竞赛条件只是能申请参加该大学2022年自主招生考试的充分条件，而不是必要条件，但是充分条件可以不止一个.

事实上，全国青少年科技创新活动中的获奖者也能申请参加该大学2022年的自主招生考试.

生活中还有很多类似的情况. 请自行找出更多的例子吧!

第2章 平面向量

2.1 向量的概念

学习目标

1. 了解向量、有向线段及有关概念.
2. 了解单位向量、零向量、相等向量、相反向量和共线向量的含义.

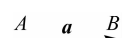
课前——知识·梳理

1. 数量与向量：只有大小，没有方向的量称为数量；既有大小，又有方向的量称为向量.

2. 有向线段：具有确定方向（通常用箭头来表示方向）的线段称为有向线段.

3. 表示向量的图形：常用有向线段来表示向量，有向线段的方向就是向量的方向，有向线段的大小表示向量的大小. 有向线段的起点称为向量的起点，有向线段的终点称为向量的终点.

4. 表示向量的符号：以点 A 为起点，点 B 为终点的向量记作$\overrightarrow{AB}$. 也可以使用小写黑体英文字母 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$，…表示向量，手写时应在字母上面加箭头，如$\vec{a}$.



5. 向量的模：向量的大小称为向量的模，向量 $\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AB}$的模依次记为$|\boldsymbol{a}|$，$|\overrightarrow{AB}|$.

6. 零向量与单位向量：模为零的向量称为零向量，记作 $\mathbf{0}$，零向量的方向是不确定的；模为 1 的向量称为单位向量.

7. 平行向量：方向相同或相反的两个非零向量称为平行向量或共线向量，规定零向量与任何一个向量平行. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 平行记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

8. 相等向量：方向相同，且模相等的两个向量称为相等向量. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 相等记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

9. 相反向量：与非零向量 $\boldsymbol{a}$ 的模相等，且方向相反的向量称为向量 $\boldsymbol{a}$ 的相反向量，记作 $-\boldsymbol{a}$，规定零向量的相反向量为零向量.

课中——练习·探究

当堂检测

1. 下列选项中不是向量的是 （　　）

A. 加速度　　　　B. 力

C. 面积　　　　　　　　　　D. 位移

2. 下列各量中是向量的是　　（　　）

A. 温度　　　　　　　　　　B. 时间

C. 路程　　　　　　　　　　D. 速度

3. 下列四个命题中，真命题的个数是　　（　　）

(1)零向量没有方向；

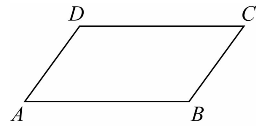
(2)单位向量的模一定相等；

(3)若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$；

(4)若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

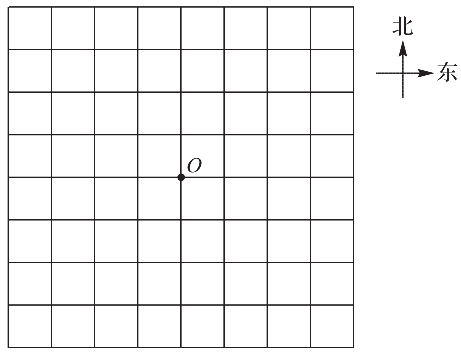
A. 1 个　　　　　　　　　　B. 2 个

C. 3 个　　　　　　　　　　D. 4 个



4. 在平行四边形 $ABCD$ 中，与$\overrightarrow{AB}$相等的向量有__________；$\overrightarrow{AB}$的负向量有__________；与$\overrightarrow{AB}$平行的向量有__________.

5. 在如图所示的坐标纸上(每个小正方形的边长均为 1)，画出下列向量.



(1) $|\overrightarrow{OA}|=3$，点 A 在点 O 的正北方向；

(2) $|\overrightarrow{OB}|=2\sqrt{2}$，点 B 在点 O 的西南方向.

归纳探究

李丽从家 A 出发向正东行 3 km 到 B，再向北偏东 45° 行 3 km 到 C，然后向西偏北 30° 行 3 km 到达学校 D.

(1)请用有向线段表示李丽所走过的路程及位移；

(2) $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{BC}$和$\overrightarrow{CD}$相等吗？为什么？

课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列说法错误的是 （　　）

A. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 都是单位向量，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

B. 零向量与任意向量都共线

C. 两个共线向量一定平行

D. 相等向量一定共线

2. 在平行四边形 $ABCD$ 中，与$\overrightarrow{CD}$不共线的是 （　　）

A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{BA}$

C. $\overrightarrow{DC}$　　D. $\overrightarrow{AD}$

3. 下列命题中正确的是 （　　）

A. 若$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

B. 若 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 的充要条件是$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$且 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

D. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{c}$

4. 一个动点从点 A 移动到点 B，又由点 B 移动到点 C，则动点的总位移是 （　　）

A. $\overrightarrow{AC}$　　B. $\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{BC}$　　D. $\overrightarrow{CA}$

5. 两列火车从同一站台沿相反方向开去，走了相同的路程，设两列火车的位移分别为 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，那么下列命题中错误的是 （　　）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为平行向量

B. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为模相等的向量

C. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为共线向量

D. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 为相等的向量

二、填空题

6. 若在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，则四边形 $ABCD$ 是____________.

7. 在平行四边形 $ABCD$ 中，相等的向量有____________组.

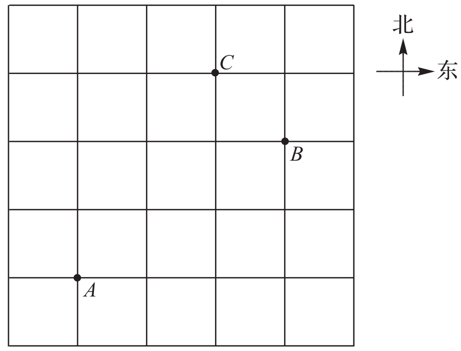
三、解答题

8. 在如图所示的坐标纸上（正方形小方格的边长为 1），画出下列向量.

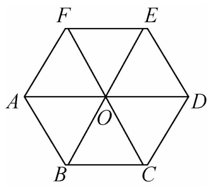
(1)作出以点 A 为起点，正北方向的单位向量；

(2)作出以点 B 为起点，模为$\sqrt{2}$，西南方向的向量；

(3)作出以点 C 为终点，模为 2，正东方向的向量.



9. 如图所示，多边形 $ABCDEF$ 是边长为 1 的正六边形，其中心为点 O.



(1)请写出与$\overrightarrow{AO}$相等的向量；

(2)请写出$\overrightarrow{AO}$的负向量；

(3)请写出与$\overrightarrow{AO}$共线的向量.

2.2 向量的线性运算

2.2.1 向量的加法运算

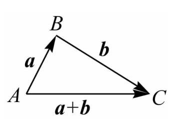
学习目标

理解向量的加法运算及其几何意义.

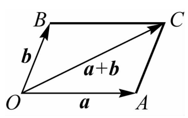
课前——知识·梳理

1. 向量的加法的定义：求两个向量的和的运算称为向量的加法. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 的加法运算结果是向量，称为和向量，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

2. 三角形法则：如下图所示，已知非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 A，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{AC}$. 规定 $\boldsymbol{0}+\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{a}$.



3. 平行四边形法则：如下图所示，已知非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点 O，作 $\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，再以 OA，OB 为邻边作平行四边形 $OACB$，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OC}$. 平行四边形法则不适用于共线向量.

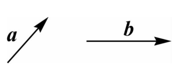


4. 向量的加法的运算律：(1) $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$；(2) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

课中——练习·探究

当堂检测

1. 如图所示，已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，作出 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.



(1) 用三角形法则；

(2) 用平行四边形法则.

2. $\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=$____________.

3. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=$____________.

4. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{AM}=$____________.

5. 某人先向东走 3 km(用向量 $\boldsymbol{a}$ 表示),再向北走 3 km(用向量 $\boldsymbol{b}$ 表示),求 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

归纳探究

请画图说明:

(1)$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$; (2)$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AC}=$ ( )

A. $\overrightarrow{AC}$　　B. $2\overrightarrow{AC}$

C. 0　　D. $\boldsymbol{0}$

2. 下列式子中,不正确的是 ( )

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{0}=\boldsymbol{a}$　　B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$

C. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}\neq\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$　　D. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BA}=$ ( )

A. $\overrightarrow{BC}$　　B. $\overrightarrow{DA}$

C. $\overrightarrow{AB}$　　D. $\overrightarrow{AC}$

4. 在四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$,则四边形 $ABCD$ 是 ( )

A. 矩形　　B. 菱形

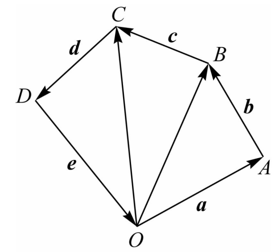
C. 正方形　　D. 平行四边形

二、填空题

5. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=$____________.

6. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DO}=$____________.

7. 根据右图作答.



$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$____________；

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=$____________；

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=$____________；

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}+\boldsymbol{e}=$____________；

$\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}+\boldsymbol{e}=$____________.

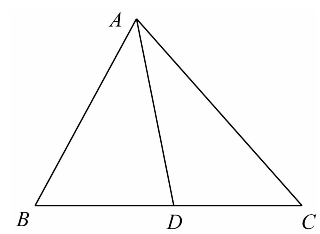
三、解答题

8. 如图所示，在$\triangle ABC$中，D是边BC的中点.

求：(1)$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$；

(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}$；

(3) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$.



9. 河水从西往东流，流速为 2 m/s，一艘船以 2 m/s 的速度沿垂直于水流方向向北横渡，求船实际航行的方向和航速.

10. 已知$|\boldsymbol{a}|=2$，$|\boldsymbol{b}|=5$，分别求出$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$的最大值和最小值.

2.2.2　向量的减法运算

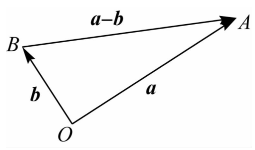
学习目标

理解向量的减法运算及其几何意义.

课前——知识·梳理

1. 向量的减法的定义：向量$\boldsymbol{a}$与向量$\boldsymbol{b}$的相反向量的和，称为向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的差，记作$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$，即$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$.

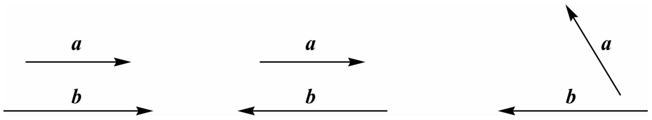
2. 向量减法的三角形法则：如下图所示，已知非零向量$\boldsymbol{a}$和$\boldsymbol{b}$，在平面内任取一点O，作$\overrightarrow{OA}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$，则$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\overrightarrow{BA}$.



课中——练习·探究

当堂检测

1. 根据各组给出的向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$，作出$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$.



2. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{0}=$____________.

3. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CD}=$____________.

4. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AM}=$____________.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}=$ （　　）

A. $\overrightarrow{AB}$　　B. $\overrightarrow{BA}$

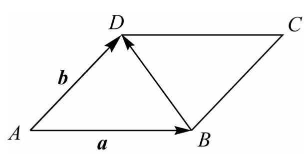
C. 0　　D. $\boldsymbol{0}$

2. 下列等式中错误的是 （　　）

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$　　B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$

C. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{b})$　　D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}=0$

3. 如图所示，在平行四边形 $ABCD$ 中，与$\overrightarrow{BD}$相等的是 （　　）



A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　　B. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$　　D. $-\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$

4. 在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{DC}=$ （　　）

A. $\boldsymbol{0}$　　B. $\overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{CD}$　　D. $\overrightarrow{AC}$

5. 在△ABC 中，$\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$，则$\overrightarrow{AB}=$ （　　）

A. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　　B. $-(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$

C. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$　　D. $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$

二、填空题

6. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}=$____________.

7. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DC}=$____________.

8. $(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON})+(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BN})=$____________.

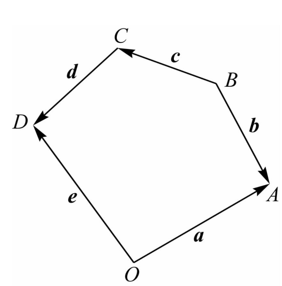
9. 在右图中画出下列向量运算结果，并填空.

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=$____________；

$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}=$____________；

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{e}=$____________；

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=$____________；



$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}=$____________;

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}+\boldsymbol{d}-\boldsymbol{e}=$____________.

三、解答题

10. 在平行四边形 $ABCD$ 中,求:

(1)$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}$;

(2) $\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

11. 已知平行四边形 $ABCD$ 中,$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$,用 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{CB}$,$\overrightarrow{CD}$,$\overrightarrow{AC}$,$\overrightarrow{BD}$.

12. 计算$(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})$.

2.2.3 向量的数乘运算

学习目标

理解向量的数乘运算及其几何意义.

课前——知识·梳理

1. 向量的数乘运算的定义:数与向量的乘法运算称为向量的数乘运算.实数 λ 与向量 $\boldsymbol{a}$ 的积仍是一个向量,记作 $\lambda\boldsymbol{a}$,它的模为 $|\lambda\boldsymbol{a}|=|\lambda||\boldsymbol{a}|$.

2. 向量数乘的方向:当 $\lambda>0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同;当 $\lambda<0$ 时,$\lambda\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相反.

3. 向量数乘的运算规律:(1)$\lambda(\mu\boldsymbol{a})=(\lambda\mu)\boldsymbol{a}$;(2)$(\lambda+\mu)\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{a}$;(3)$\lambda(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=\lambda\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b}$.

4. 平行向量基本定理:当 $\boldsymbol{a}\neq\boldsymbol{0}$ 时,$\boldsymbol{b}/\!/\boldsymbol{a}$ 的充要条件是,存在实数 λ,使得 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$.

5. 线性组合:$\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 的一个线性组合(其中 λ,μ 均为常数).

6. 线性表示:若 $\boldsymbol{l}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$,则称 $\boldsymbol{l}$ 可以用 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 线性表示.

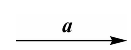
7. 线性运算:向量的加法、减法、数乘运算统称为向量的线性运算.

课中——练习·探究

当堂检测

1. 已知向量 $\boldsymbol{a}$,试画出下列向量.

(1)$\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$;　(2)$-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$;　(3)$2\boldsymbol{a}$;　(4)$-3\boldsymbol{a}$.



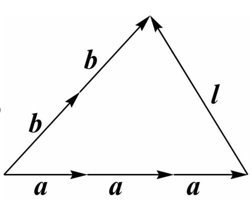
2. 化简下列各式.

(1)$3(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})-2(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})-(\boldsymbol{a}-6\boldsymbol{b})$；

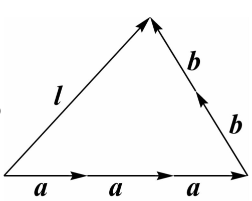
(2)$-2(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})-2(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})-(\boldsymbol{a}-6\boldsymbol{b})$；

(3)$\frac{1}{2}(4\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}-6\boldsymbol{c})-\frac{1}{3}(6\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}-9\boldsymbol{c})$.

3. 写出下列各图中表示 $\boldsymbol{l}$ 的线性组合.

(1) 

$\boldsymbol{l}=$____________.

(2) 

$\boldsymbol{l}=$____________.

课后——巩固·提升

一、选择题

1. 下列向量的模不是$|\boldsymbol{a}|$的 2 倍的是 ( )

A. $2\boldsymbol{a}$　　B. $-2\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}$　　D. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}$

2. 下列向量的方向与 $\boldsymbol{a}$ 的方向不相同的是 ( )

A. $5\boldsymbol{a}$　　B. $-2\boldsymbol{a}$

C. $\boldsymbol{0}$　　D. $2\boldsymbol{a}$

3. 下列说法正确的是 （ ）

A. $\mathbf{0}$ 没有大小和方向

B. $\lambda\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的方向相同

C. 若 $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$，则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$

D. 向量 $-2\boldsymbol{a}$ 的模是向量 $\boldsymbol{a}$ 的模的 -2 倍

4. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 共线的充分条件是 （ ）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同　　B. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相反

C. $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 中有一个为 $\mathbf{0}$　　D. 以上三个条件之一

5. 下列各组向量不一定共线的是 （ ）

A. $\boldsymbol{a}$ 与 $8\boldsymbol{a}$　　B. $\boldsymbol{a}$ 与 $-5\boldsymbol{a}$

C. $2\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 与 $3(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$　　D. $3\boldsymbol{a}$ 与 $3\boldsymbol{b}$

二、填空题

6. 若 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相反，且 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$，则 $\boldsymbol{b}=$____________.

7. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，且 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$，则 $\boldsymbol{b}=$____________.

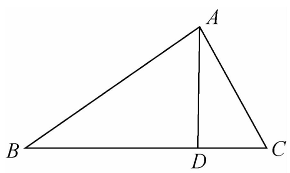
8. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的大小相等，方向相反，则 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=$____________.

9. 若 $\boldsymbol{m}=3(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，$\boldsymbol{n}=2(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}=$____________.

10. 点 C 在线段 AB 上，且 $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB}$，则 $\overrightarrow{AC}=$____________$\overrightarrow{AB}$.

三、解答题

11. 如图所示，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$，用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示 $\overrightarrow{AD}$.

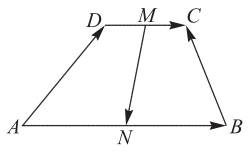


12. 化简下列各式.

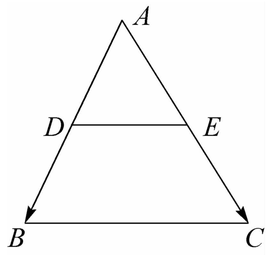
(1)$4(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})-(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})$；

(2)$2[3(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})-\boldsymbol{a}]+4(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$.

13. 如图所示，四边形 $ABCD$ 是一个梯形，$\overrightarrow{AB}/\!/\overrightarrow{CD}$，$|\overrightarrow{AB}|=2|\overrightarrow{CD}|$，$M$，$N$ 分别是DC，AB的中点，已知$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 表示$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{BC}$和$\overrightarrow{MN}$.



14. 如图所示，在$\triangle ABC$中，D，E分别是AB，AC的中点，$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$. 试用向量证明：$DE // BC$且$DE=\frac{1}{2}BC$.



15. 设$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$为非零向量，$\overrightarrow{AB}=2\boldsymbol{a}+10\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{BC}=-2\boldsymbol{a}+8\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{CD}=3\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b}$，求证：$A$，$B$，$D$三点共线.