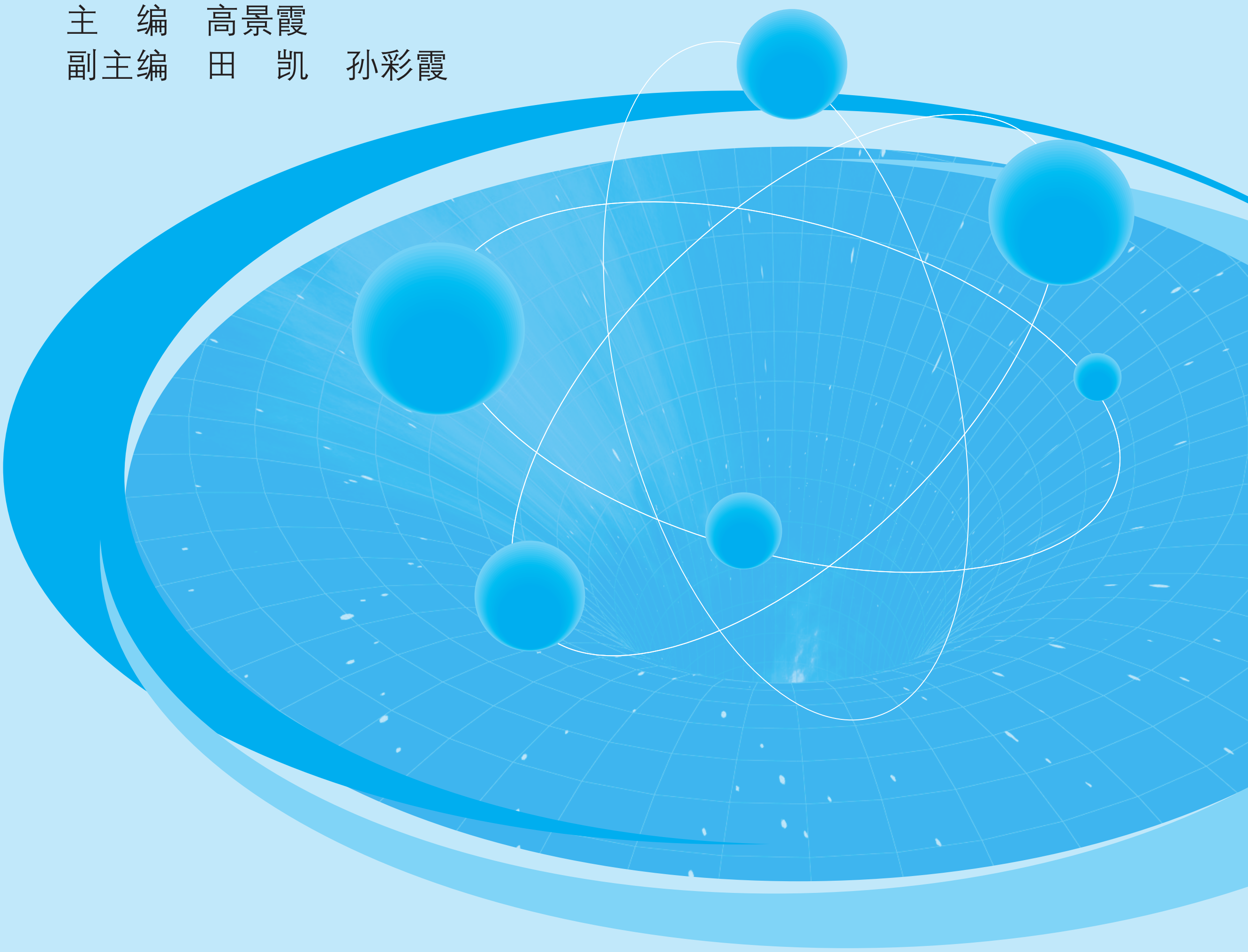
高等院校基础课程精品教材

大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

主　编　高景霞
副主编　田　凯　孙彩霞



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

内容提要

本书以学生为中心进行编写，着重培养学生的基本实验能力以及创新思维和创新能力。全书共分为5章：第1章明确了大学物理实验课的目的和任务，介绍了学生在实验室应遵守的规则，并重点强调了实验课的基本程序；第2章系统介绍了测量、误差和数据处理的基础知识，以及物理实验中常用仪器的调整和使用方法；第3章选编了18个普通物理实验项目；第4章为仿真实验，选编了4个实验项目；第5章为设计性实验。本书体系完备，内容翔实，图文并茂，深入浅出，具有较强的可操作性和广泛的适用性。

本书既可作为本科院校理科专业的大学物理实验教材使用，也可作为高职高专院校教学的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 高景霞主编. -- 上海：上海交通大学出版社，2025.2. -- ISBN 978-7-313-32315-6

Ⅰ. O4-33

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2025YU4066 号

大学物理实验

DAXUE WULI SHIYAN

主　　编：高景霞

出版发行：上海交通大学出版社　　地　　址：上海市番禺路951号

邮政编码：200030　　电　　话：021-64071208

印　　制：大厂回族自治县聚鑫印刷有限责任公司　　经　　销：全国新华书店

开　　本：787 mm×1 092 mm　1/16　　印　　张：15.5

字　　数：406千字

版　　次：2025年2月第1版　　印　　次：2025年2月第1次印刷

书　　号：ISBN 978-7-313-32315-6

定　　价：49.80元

前　言 Preface

物理学是一门研究物质的基本结构、基本运动形式、相互作用及其转化规律的学科。其基本理论渗透于自然科学的各个领域，被广泛应用于生产技术的诸多部门，是自然科学和工程技术的基础学科理论，在培养人才的科学素质方面占据重要地位。

物理学的形成与发展建立在实验的基础上。物理学的研究方法通常是在观察和实验的基础上，对物理现象进行分析、抽象、概括和总结，从而建立物理定律，进而形成物理理论，再通过实验加以检验。实验不仅是物理学的基石，也是物理知识的重要源泉。加强物理实验是物理教学的时代特征，也是提高物理教学质量的先决条件。

大学物理实验课是学生进入大学后接受系统实验方法和实验技能训练的开端。大学物理实验课内容广泛，涵盖丰富的实验思想、方法和手段，是培养学生的科学实验能力、提升学生的科学素质的基础性课程。该课程在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际的能力以及适应科技发展的综合应用能力方面具有其他实践类课程不可替代的作用，是各专业后续实验课程的重要基础。因此，大学物理实验是大学生从事科学实验工作的入门课程。

编者根据教育部高等学校大学物理课程教学指导委员会 2023 年编制的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》，汲取国内兄弟院校同类型实验教材的精华，结合黄河科技学院多年大学物理实验教学的实践经验，在原有实验教材的基础上编写了这本《大学物理实验》。

本书以学生为中心进行编写，着重培养学生的基本实验能力以及创新思维和创新能力。全书共分为 5 章：第 1 章明确了大学物理实验课的目的和任务，介绍了学生在实验室应遵守的规则，并重点强调了实验课的基本程

序;第 2 章系统介绍了测量、误差和数据处理的基础知识,以及物理实验中常用仪器的调整和使用方法,涵盖了课程必须掌握的基础内容;第 3 章选编了 18 个普通物理实验项目,涉及力学、电磁学、光学和近代物理学等领域;第 4 章为仿真实验,选编了 4 个实验项目,旨在为学生选修仿真实验项目时提供参考,具有抛砖引玉的作用(该部分的实验项目既可用于课堂实验教学,也可在理论课堂中进行演示,还可供动手能力强的学生在课外选修);第 5 章为设计性实验,内容新颖,综合性强,旨在开发学生的智能,培养和提升学生的创新思维及创新能力。全书体系完备,内容翔实,图文并茂,深入浅出,具有较强的可操作性和广泛的适用性。

本书于 2018 年首次出版,通过教学实践应用,进行了数次修订。在此次编写过程中,编者对原教材进行了全面修订,新增了设计性实验并对基础实验内容做了全面更新。本书由黄河科技学院高景霞担任主编,田凯和孙彩霞担任副主编,李慧参与编写。其中,第 1 章由李慧编写,第 2 章、第 3 章(光学实验部分)由田凯编写,第 3 章(不含光学实验部分)由高景霞编写,第 4 章、第 5 章及附录部分由孙彩霞编写。编者在编写本书的过程中得到了中原工学院王博和黄河科技学院王宁的帮助和大力支持,在此表示衷心的感谢!

由于编者水平有限,书中难免存在不妥之处,恳请读者和专家、同行不吝指正。

编　者
2024 年 6 月

目　录 Contents

第 1 章

绪　　论

大学物理实验课程是高等院校理工类本科及专科学生的一门必修基础实验课程。其主要任务是帮助学生掌握基础实验知识，接受基本实验技能训练，培养科学实验素养，为各专业的后续实验课程奠定基础。本章主要介绍大学物理实验课的目的与任务、大学物理实验室学生守则以及大学物理实验课的基本程序，为学生正式开始实验课做好准备。

1.1 大学物理实验课的目的与任务

1.1.1 理论与实践的关系

科学发展史已经证明：科学理论源于科学实践，并指导我们的实践活动；科学理论需要接受实践的检验，并在实践中不断地得到修正、补充和完善。对于科学研究而言，科学实验是最重要、最基本的实践活动。随着社会的发展和研究的深入，科学实验的重要性和基础性将愈发显著。

科学实验是一种研究方法，其目的是根据特定的研究目标，通过积极构思，借助科学仪器设备等物质手段，人为地控制和模拟自然现象，使自然过程或生产过程以较为纯粹或典型的形式呈现，从而在有利条件下探索自然规律。

科学实验的主要任务在于研究人类尚未认识或未充分认识的自然过程，揭示未知的自然规律，创立新的学说和理论，发明新材料、新方法、新工艺，为生产实践提供科学的理论依据，推动生产技术的进步和变革，提升人类改造自然的能力。

物理理论的建立也遵循这一过程，即通过从物理实验到物理理论，再由物理理论到实验的辩证过程，逐步确立和发展。从物理学的历史全面考察来看，物理学本质上是一门实验科学。首先，物理概念的建立和物理规律的发现依赖于物理实验，物理学作为科学，其地位是通过物理实验确立的；其次，现有的物理定律、假说和理论必须接受实验检验，若被验证则得以确认，若不符合则予以否定，若不完全准确则需修正。例如，普朗克基于黑体辐射实验提出了量子概念；爱因斯坦通过分析光电效应现象提出了光量子；伽利略利用新发明的望远镜观察到木星的四个卫星，从而否定了地心说；杨氏干涉实验验证了光的波动假说的正确性。可以说，物理学的每一次进步都离不开实验。

1.1.2 物理实验的基本类型

在进行物理实验的过程中，由于所研究对象、实验目的、研究方法以及所获得结论的层次不同，通常将物理实验分为观察和实验两种基本类型。以下简述其概念和特征。

1. 观察

所谓观察，是指对自然界中发生的某种现象在不改变其自然条件的情况下，以原貌进行研究的过程。例如，通过对天空的观察可以发现，晴朗无云的天空呈现蓝色；通过对气候的观察可以发现，一年可分为春、夏、秋、冬四个季节。

观察具有以下两方面的特征。

(1)现象是在自然状态下发生的，通常没有人为的限制。因此，观察是一种简便易行、可以经常进行的实践活动，也是深入研究现象的基础。在科学实践中，养成观察的习惯并掌握观察的方法，是科学研究者应具备的重要素质之一。

(2)通常来说，影响自然现象的因素众多且复杂，观察多侧重于定性研究，即了解影响现象的主要因素及其大致关系，因此其研究往往不够准确、不够深入。

2. 实验

所谓实验，是指在人工控制的条件下，抑制次要因素，突出主要因素，使现象能够朝着更直接、更单纯的方向发展，并能反复重现，从而借助仪器设备对影响现象的因素进行测量的研究过程。

实验具有以下三方面的特征。

(1)实验可以根据研究需求和目的，有意地简化和控制现象发生的条件，以突出主要因素，排除或减少次要因素的干扰和影响，使过程更直接、更纯粹，以获得明确的结果。因此，实验是物理学中一种重要的研究方法，对物理学的发展起着极其重要的作用，无论是过去、现在，还是将来。例如，伽利略·伽利雷(Galileo Galilei)通过落体实验推翻了亚里士多德关于“重的物体比轻的物体下落得更快”的说法；他还通过斜面实验提出了惯性概念，指出“物体的运动不需要外力来维持”，这为后来的牛顿第一定律(惯性定律)奠定了基础。伽利略的实验方法开创了现代物理学的科学实验方法，使物理学逐渐成为一门定量和基于实验的科学。艾萨克·牛顿(Isaac Newton)的万有引力定律被称为“最伟大的宇宙定律”，能解释潮汐现象，且帮助预测了哈雷彗星的轨道周期(约 76 年)。詹姆斯·克拉克·麦克斯韦(James Clerk Maxwell)在 1864 年提出了麦克斯韦方程组，成功统一了电和磁，并预言了电磁波的存在，提出了光是一种电磁波。麦克斯韦的预言在 1888 年被海因里希·赫兹(Heinrich Hertz)的实验所验证。

(2)我们现有的粒子物理学理论以夸克模型为基础，即如果无法找到构成物质的六种夸克——上夸克、下夸克、奇异夸克、粲夸克、底夸克、顶夸克，或者只找到其中五种，粒子物理学的现行理论将需要重建。从 1964 年提出夸克模型以来，许多著名物理学家致力于寻找夸克。1976 年，前五种夸克已被找到，但顶夸克仍未被发现，科学家们并未气馁。幸运的是，1993 年至 1994 年间，科学家终于找到了顶夸克的踪迹，1995 年 3 月 2 日，美国科学家正式宣布顶夸克已被捕获。此外，值得一提的是，诺贝尔奖——科学界最崇高的荣誉，通常授予

与实验发现相关的科学成就的取得者。

(3)实验中通常需要对现象进行定量研究,通过对影响现象发生的因素进行测量,以获得较为精确的结论或规律。几乎所有物理问题最终都需定量化,因此物理学成了一门定量、精确的科学。在长期的研究实践中,物理学家们不仅创造了巧妙、丰富的实验方法,还在定量化过程中创造了许多独特的研究方法。这些方法不仅对物理学有重要作用,对其他自然科学、工程技术、社会科学乃至社会生活的各个方面也有着重要意义。

物理实验在探索和研究新科技领域以及推动其他自然科学和工程技术的发展中,起着重要作用。自然科学迅速发展,新的科学分支层出不穷,但数学和物理学依然是基础学科。物理实验专注于物理测量方法与实验方法的研究,其实验技术和测量方法具有特殊的基础性和普遍性:例如力、热、电、光等自然现象,基础性指它们是其他实验的基础。此外,物理实验还具有通用性,适用于各个领域。许多工程技术问题或研究课题分解开来,其实质是物理问题。在工程技术中,研制、生产、加工、运输等过程普遍涉及物理量测量和物体运动状态的控制,这是成熟物理实验方法的应用。现代高科技的发展,其设计思想、方法和技术也源于物理实验。因此,物理实验也是工程技术和现代高科技发展的基础。

1.1.3　大学物理实验课程的任务

大学物理实验课程与大学物理理论课程共同构成了高等学校理工科学生必修的基础物理知识的整体。理论课程主要注重对物理概念和物理规律的讨论与学习,训练学生的理论思维方法;实验课程则以实际动手实验为主要教学手段,对学生进行系统的实验方法与实验技能训练。两者具有同等重要的地位,且存在深刻的内在联系。

2023 年 8 月,教育部高等学校大学物理课程教学指导委员会编制了《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》,其中提到物理实验课是高等学校理工科类专业对学生进行科学实验基本训练的必修基础课程,是本科生接受系统实验方法和实验技能训练的开端。

物理实验课覆盖面广,具有丰富的实验思想、方法、手段,同时能提供综合性很强的基本实验技能训练,是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要基础。它在培养学生严谨的治学态度、活跃的创新意识、理论联系实际和适应科技发展的综合应用能力等方面具有其他实践类课程不可替代的作用。

1. 本课程的具体任务

(1)培养学生的基本科学实验技能,提高学生的科学实验基本素质,使学生初步掌握实验科学的思想和方法。培养学生的科学思维和创新意识,使学生掌握实验研究的基本方法,提高学生的分析能力和创新能力。

(2)提高学生的科学素养,培养学生理论联系实际和实事求是的科学作风,认真严谨的科学态度,积极主动的探索精神,遵守纪律、团结协作、爱护公共财产的优良品德。

2. 能力培养基本要求

(1)独立实验的能力。能够通过阅读实验教材、查询有关资料和思考问题,掌握实验原理及方法,做好实验前的准备;正确使用仪器及辅助设备,独立完成实验内容,撰写合格的实验报告;培养学生独立实验的能力,逐步形成自主实验的基本能力。

（2）分析与研究的能力。能够融合实验原理、设计思想、实验方法及相关的理论知识对实验结果进行分析、判断、归纳与综合。掌握通过实验进行物理现象和物理规律研究的基本方法，具有初步的分析与研究的能力。

（3）理论联系实际的能力。能够在实验中发现问题、分析问题并学习解决问题的科学方法，逐步提高学生综合运用所学知识和技能解决实际问题的能力。

（4）创新能力。能够完成符合规范要求的设计性、综合性实验，进行初步的具有研究性或创意性内容的实验，激发学生的学习主动性，逐步培养学生的创新能力。

1.2 大学物理实验室学生守则

（1）学生进入实验室必须严格遵守实验室的规章制度，服从指导教师和实验室工作人员的安排。

（2）保持实验室整洁，严禁带食物进入实验室，严禁吸烟、吃东西、随地吐痰、乱扔脏物。保持实验室安静，不得大声喧哗打闹。

（3）实验前必须做好预习，写出预习报告，明确实验目的、内容和步骤，了解仪器设备的操作和实验物品的特性。

（4）实验过程中，提倡独立思考、科学操作、细致观察、如实纪录，自觉培养严谨、求实的科学作风和勇于探索创新的学风。凡遇疑难问题，应及时请教指导老师。

（5）及时整理实验数据纪录，不得任意修改实验数据，认真分析问题，不得抄袭实验数据，如发现将严肃处理。

（6）要爱护室内一切仪器、设备、材料、药品及用具，不得乱拿乱用，如遇缺损、不合规格等问题，应及时报告，请求更换或补充，使用材料、药品要力求节约，不要过量，以免浪费。

（7）实验室室内仪器、设备、工具、桌椅等物品，严禁私自拿出室外或借用。按要求需在室外继续进行实验时，所需物品应经指导老师同意，方可带出室外，并于实验完毕后，及时清理，如数归还。

（8）实验结束时，学生应将实验数据记录和预习报告交给教师检查并签字。对于不合格者，须重做或补做实验；合格者应切断所用实验仪器电源；整理实验物品并放回原处，收拾桌面、凳子。经指导老师检验合格后，方可离开实验室。

（9）实验报告应在下一次实验前提交至实验室。

（10）对违反实验室规章制度和使用操作规程造成事故和损失的，视其情节对责任人按章处理。

1.3 大学物理实验课的基本程序

1.3.1 实验课前的预习

为了在规定时间内保质保量地完成实验内容，学生在实验课前必须做好预习工作。实验教材是实验的指导书，明确阐述了每个实验的目的、要求和实验原理，因此上实验课前要认真阅读教材。在进行设计性实验时，还需根据实验要求查阅相关参考资料。实验中涉及

的仪器，许多是学生未曾见过的，因此在预习中应仔细阅读教材中的仪器介绍，理解仪器的原理、结构、操作规程及注意事项。特别是注意事项，必须牢记，否则可能导致仪器损坏，甚至发生人身事故。实验课前应主要完成以下工作。

(1)认真阅读实验教材或实验讲义，明确本次实验的任务和要求。

(2)正确理解实验测量所依据的原理、公式及采用的方法。

(3)了解所用仪器的结构及使用注意事项。

(4)撰写预习报告，包括实验名称、实验目的、简明的实验原理、实验步骤和数据记录表格等。

(5)在原始数据记录纸上设计表格(含学生姓名、学号及同组实验者姓名)，上课时教师将检查。

1.3.2 实验操作过程

实验过程中应严格遵守实验室的规章制度。在正式开始实验前，首先应结合仪器实物，对照实验教材或仪器说明书，了解并熟悉仪器的结构和使用方法；其次，应全面思考实验的操作程序，确定合理的操作步骤，不要急于动手。某些关键操作步骤的微小改动，可能导致实验失败，甚至前功尽弃。

仪器的安装和调整是决定实验成败的关键环节。使用仪器进行测量时，必须满足仪器的正常工作条件(如螺旋测微器的调零、天平的水平和平衡调整、光路的共轴调整等)。急于进行测量而忽视仪器的调整是初学者常见的错误，应避免。

实验测量应遵循“先定性，后定量”的原则。即先定性观察整个实验过程，确认实验装置是否正常运行，对所测内容做到心中有数。尽可能估计数据的数量级和变化趋势后，再定量读取并记录测量数据。测量时，观察者需集中精力，细心操作，仔细观察，积极发挥主观能动性，以获得仪器可达的最佳结果。

原始数据是宝贵的第一手资料，必须按有效数字运算规则正确记录在实验报告的表格中。原始数据应使用钢笔或圆珠笔记录，不得涂改，且需交由实验指导教师签字认可。对于不合理或错误的实验结果，应分析原因，及时补测或重做。经教师签字后，需自觉整理好仪器并清洁工作区，方可离开实验室。

1.3.3 实验报告的书写及批阅

1. 实验报告的书写

撰写实验报告的目的是培养学生以书面形式总结工作和报告科学成果的能力。实验报告须用学校统一的报告纸撰写，要求字体工整、文字流畅、图表规整、结论明确。实验报告的内容包括以下几方面。

(1)实验名称、实验者姓名、实验日期。

(2)实验目的。详细说明实验的总体目标和具体任务，包括希望通过实验验证的理论或现象；可简要阐明实验预期的成果和在课程中的具体意义，例如帮助理解某一物理定律或增强动手能力。

(3)实验仪器。列出实验所用仪器的具体型号和规格,以便后续参考。在必要时,应注明仪器的精度范围,以便更全面地考虑实验误差和数据处理。

(4)实验原理。用自己的语言简要描述实验所依据的理论,不要照抄书本,并附上必要的公式和原理图(包括电路图或光路图)。

(5)实验内容与步骤。简明扼要地描述实验的主要程序,观察了哪些物理现象,并说明所采用的观察方法。实验步骤应包含关键的仪器调整和测量方法,不能照抄教材中的实验步骤。

(6)数据记录与处理。将原始记录数据誊写于实验报告上(原始记录也应附于报告一并上交,供教师检查)。数据处理需写出数据计算的主要过程,并对结果进行误差分析;绘制图表时应规范、正确。

(7)结果及讨论。明确给出实验结果和结论,并对结论进行讨论。可对实验设计、实验仪器的改进等方面提出建设性意见。

2. 实验报告的批阅

实验报告的批阅评分标准如表 1-1 所示。

表 1-1　实验报告的批阅评分标准

<table>
<tr><th colspan="2">项　目</th><th>基 本 要 求</th><th>满　分</th></tr>
<tr><td rowspan="4">实验预习报告</td><td>实验报告项目</td><td>实验目的、仪器、原理、步骤、数据及处理、专业、班级、学号、日期等项目齐全</td><td>5</td></tr>
<tr><td>卷面</td><td>干净,书写认真工整,图表使用尺子绘制</td><td>5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">原理操作步骤</td><td>原理叙述简洁清晰,原理图、线路图、光路图、公式推导完整</td><td>10</td></tr>
<tr><td>操作步骤正确、完整、合理</td><td>10</td></tr>
<tr><td colspan="2">实验操作</td><td>独立完成实验,数据测试正确,实验现象描述准确,操作符合规程</td><td>40</td></tr>
<tr><td colspan="2">数据处理与实验结论</td><td>数据合理,符合要求,读数及处理的有效数字正确,结论正确</td><td>30</td></tr>
<tr><td colspan="2">实验讨论及态度</td><td colspan="2">抄袭或伪造数据者、未请假旷课者,当次成绩按 0 分计算</td></tr>
</table>

第 2 章

物理实验的基础知识及常用仪器

物理实验的任务不仅包括定性观察各种自然现象,更重要的是定量测量相关的物理量。而要对事物进行定量描述,离不开数学方法和实验数据处理。因此,误差分析和数据处理是物理实验课程的基础内容。本章将从测量与误差的定义开始,逐步介绍误差及数据处理的基础知识和方法。误差和数据处理是所有实验结果中不可或缺的组成部分,两者密不可分。误差理论是一门独立的学科,随着科学技术的发展,近年误差理论的基本概念和处理方法也取得了显著进展。误差理论以数理统计和概率论为数学基础,研究误差的性质、规律以及如何消除误差。

实验中的误差分析旨在对实验结果进行评估,最大限度地减小实验误差,或指出减少实验误差的方向,以提高测量质量和测量结果的可信度。对于低年级大学生而言,这部分内容具有一定难度,因此本课程仅介绍误差分析的基础知识,着重讲解几个重要概念及最简单情况下的误差处理方法,不进行严密的数学推导,以降低学习难度,便于学生掌握大学物理实验这门基础课程。

此外,本章还对物理实验中一些常用的仪器进行了简单介绍,主要介绍了一些基本的长度测量工具、质量测量工具、常用电源和光源、示波器等仪器的结构及使用方法。同时,还介绍了一些基本的实验调整和操作技术,以及基本的实验思想和设计方法。

2.1 测量的定义与分类

2.1.1 测量的定义

物理实验需要进行定量测量,以获取物理量的数值表征。对物理量进行测量,是物理实验中极其重要的组成部分。物理实验中对待测物理量的测量,就是将待测物理量与规定为标准单位的同类量或可以导出的异类物理量进行比较,以得出结论的过程。例如,物体的质量可以通过与以千克为标准单位的砝码进行比较来测量;而物体运动速度的测定则需要通过与长度和时间这两个不同物理量的标准单位进行比较来获得。比较结果记录下来,即为**实验数据**。测量得到的实验数据应包含测量值的大小和单位,二者缺一不可。

国际上规定了七个物理量的单位为基本单位,其他物理量的单位则是根据这些基本单

位按一定的计算关系式导出的。因此，除基本单位外的其他单位均称为导出单位。例如，速度、力、电压和电阻等物理量的单位都是导出单位。

一个被测物理量，除了用数值和单位表征，还有一个非常重要的参数，即对测量结果可靠性的定量估计。然而，这个重要参数常被忽视。如果得到的测量结果的可靠性几乎为零，那么该测量结果几乎没有实际价值。因此，从表征被测量的意义上讲，对测量结果可靠性的定量估计与数值和单位具有同等的重要性，三者缺一不可。

2.1.2　测量的分类

1. 根据测量方法划分

根据测量方法，测量分为**直接测量**和**间接测量**。直接测量是指将被测量与标准量直接比较，以获得结果。例如，用米尺测量物体的长度、用天平称量物体的质量、用电流表测量电流等，均属于直接测量。间接测量则是借助函数关系，通过直接测量的结果计算出所需的物理量。例如，已知路程和时间，根据速度、时间和路程的关系求速度即为间接测量。

一个物理量能否直接测量并非绝对。随着科学技术的发展和测量仪器的改进，许多原本只能间接测量的量现在也可以直接测量。例如，电能的测量原本属于间接测量，现在则可以通过电度表直接测量。物理量的测量大多为间接测量，但直接测量是一切测量的基础。

2. 根据测量条件划分

根据测量条件，测量分为**等精度测量**和**非等精度测量**。等精度测量是指在相同条件下进行的多次测量。例如，同一个人使用同一台仪器，在每次测量时保持周围环境条件相同，确保每次测量的可靠性相同。相反，若每次测量条件不同，或测量仪器改变，或测量方法和条件发生变化，则该系列测量称为非等精度测量，且其结果的可靠性也会有所不同。物理实验中大多采用等精度测量。需指出的是，重复测量必须重复整个测量过程，而不是仅重复读数。

测量仪器是进行测量的必要工具。熟悉仪器性能、掌握仪器的使用方法和正确读数，是每个测量者必备的基础知识。

2.2　误差的定义与分类

2.2.1　误差的定义

误差是指测量结果与客观存在的真值①之间的差异。由于测量是在一定的环境和仪器条件下进行的，因此受限于实验条件、环境因素（如温度、湿度）以及仪器的精度，测量结果通常不会完全等于真值，而是与真值之间存在一定的偏差。误差反映了测量结果的准确性和可靠性，是任何实验测量中不可避免的现象。

① 任何物理量在某一时刻、某一位置或某一状态下都存在一个客观值，这个客观值称为真值。

2.2.2 误差的分类

1. 绝对误差和相对误差

根据误差表达的不同方式，误差可分为两类：绝对误差和相对误差。

(1)绝对误差。测量值与真值之间的差值，即误差的大小，称为绝对误差，用于表示测量结果与真值的绝对偏离程度。绝对误差的大小可以是正或负，表示测量结果偏离真值的方向。

$$\text{绝对误差}=\text{测量值}-\text{真值} \tag{2-1}$$

(2)相对误差。绝对误差的大小能够反映同一物理量的测量效果的优劣。例如，对一个长度约为 1 m 的物体进行测量，绝对误差为 5 cm 的测量效果优于绝对误差为 10 cm 的测量效果。然而，对不同的被测量对象，用绝对误差难以确定测量效果的优劣。例如，测量长度为 1 000 m 的物体的绝对误差为 1 m，而测量长度为 100 cm 的物体的绝对误差为 1 cm，使用绝对误差无法进行比较。因此，引入相对误差的概念。为了量化误差的相对程度，即误差在测量值中所占的比例，通常将绝对误差与真值的比值定义为相对误差，用百分比或分数形式表示。相对误差常用于评价测量精度的高低，更具普遍适用性。相对误差的定义式为

$$\text{相对误差}=\frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}}\times 100\% \tag{2-2}$$

通过相对误差的大小，可以比较两个测量结果的优劣。例如，在上述例子中，第一个测量的相对误差为 0.1%，而第二个测量的相对误差为 1%。显然，第一个测量的效果优于第二个。

任何测量都不可避免地存在误差，因此，一个完整的测量结果应包含测量值和误差两部分。

2. 系统误差、随机误差和粗大误差

根据误差的性质和产生原因，误差可分为三类：系统误差、随机误差和粗大误差。

(1)系统误差。系统误差的特征在于：在相同条件下多次测量同一量时，误差的大小和方向保持恒定；而当条件改变时，误差的大小和方向会按一定规律变化。增加测量次数并不能减少这种误差对测量结果的影响。

①系统误差的主要来源。

· 仪器误差：由测量工具或仪器本身的缺陷引起，例如天平臂长度不等、砝码标称质量不准确、尺子刻度偏大、表盘刻度不均匀等。

· 方法误差：由实验方法或理论不完善导致，例如伏安法测电阻时电表内阻引起的误差，使用单摆周期公式测量周期时摆角引起的误差等。

· 环境误差：由周围环境与实验要求不一致引起，例如实际测量温度与要求温度的偏差，以及温度、湿度、气压等按一定规律变化对测量的影响。

· 人身误差：由测量者的生理特性或习惯引起，例如某些人在动态测量时存在记录滞后的倾向等。

系统误差一般有较为明显的原因，因此可以通过适当措施限制或消除它对测量结果的

影响。发现系统误差，分析其产生原因并消除其对测量结果的影响，是物理实验的重要任务之一。

②发现系统误差的方法。提高测量精度的首要任务是发现系统误差。然而在测量过程中产生系统误差的因素较为复杂，目前尚无普遍适用于发现所有系统误差的方法。只有根据具体测量过程和仪器进行全面、细致的分析，结合不同情况合理选择一种或几种方法加以校验，才能最终确定是否存在系统误差。以下是几种常用于发现系统误差的方法。

·实验对比法。该方法主要用于发现固定系统误差，其基本思路是通过改变系统误差产生的条件，在不同条件下进行测量。例如，用不同方法测量同一物理量，若结果不一致，则表明至少一种方法存在系统误差。还可使用仪器对比法、参数改变对比法、实验条件对比法或操作人员对比法等，根据具体情况选择合适的对比方法。

·理论分析法。通过定性分析，判断是否存在系统误差。例如，分析仪器的工作条件是否满足要求，实验所依据的理论公式要求的条件在测量过程中是否满足，若不满足，则实验必然存在系统误差。

·数据分析法。通过定量分析，判断是否存在系统误差，常用方法有残余误差观察法、残余误差校验法、不同公式计算标准差比较法和计算数据比较法等。

③系统误差的减小和消除。在实际测量中，如果确认存在系统误差，需进一步分析可能产生系统误差的因素，并采取措施减小或消除系统误差。由于测量方法、测量对象、测量环境及测量人员不同，故没有普遍适用的方法。以下是几种常用的减小和消除系统误差的方法。

·从根源上消除系统误差。这是最根本的方法，通过对实验过程的各环节进行仔细分析，识别并消除产生系统误差的因素。可采取的措施包括：选用适用的理论公式，尽可能满足理论公式要求的实验条件，选择符合测量误差要求的实验仪器，严格控制仪器的工作条件，采用多人合作和重复实验。

·引入修正项以消除系统误差。通过分析仪器设备可能产生的系统误差，找出误差规律，并建立修正公式或修正值，对测量结果进行调整。

·采用消除系统误差的方法进行测量。对于某些固定的或有规律变化的系统误差，可以采用交换法、抵消法、补偿法、对称测量法、半周期偶数次测量法等特殊方法加以消除。具体方法需根据实验情况和实验者经验确定。

无论采用何种方法，系统误差都无法完全消除，只需将其减小至测量误差允许的范围内，或使其影响微不足道，即可认为系统误差已被有效消除。

(2)随机误差。在相同条件下多次测量同一物理量时，每次误差的大小和方向都不相同，既可能为正也可能为负，且没有确定的规律，但总体上遵循一定的统计规律。这种误差称为随机误差，又称为偶然误差。

①随机误差的产生原因。随机误差是人的感官灵敏度、仪器精密度的限制、周围环境的干扰以及伴随测量产生的不可预料的随机因素的影响所造成的。

②随机误差的特性。随机误差的特征在于：单次测量结果具有随机性，不可预知，但多次测量结果呈现出一定的统计规律。当测量次数足够多时，随机误差近似服从正态分布(高

斯分布),如图 2-1 所示。横坐标 δ 表示随机误差,纵坐标 $f(\delta)$ 表示误差出现的概率密度函数。

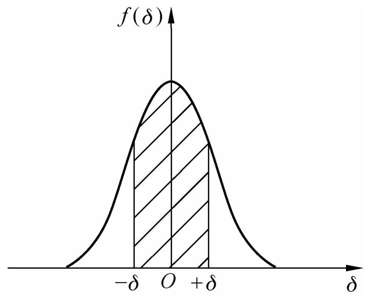


图 2-1 随机误差的正态分布

由图 2-1 可知,随机误差具有以下特性。

• 单峰性。测量值与真值的差距越小,随机误差出现的可能性越大;与真值的差距越大,可能性越小。

• 对称性。测量值相对于真值,大于或小于某一数值的可能性是相等的。

• 有界性。在一定测量条件下,误差的绝对值不会超过某个限度。

• 抵偿性。随机误差的算术平均值随着测量次数的增加趋于减小。

(3)粗大误差。粗大误差是指因观测者错误使用仪器或疏忽大意导致的观测错误或数据记录错误,从而产生不正确的结果。这种误差实际上是一种测量错误,相关数据应予剔除。

上述三种误差分别反映了不同的问题,并遵循各自的规律。但应指出,它们是误差的不同方面,彼此密切相关。例如,对于刻度不均匀的米尺,若使用米尺的特定位置测量物体长度,则测量结果与物体的真实长度的偏离是确定的,这即是系统误差。然而,在米尺的不同位置进行测量时,这种偏离又会具有随机性,因此可以采用在米尺不同位置多次测量的方法,将系统误差转化为随机误差来处理。

2.3 误差的估算

由于物理量的数值获取途径有直接测量和间接测量两种,无论是直接测量还是间接测量都会产生误差,因此误差的计算也分为两种情况。广义上讲,这两种情况的处理都属于误差计算。然而,间接测量是基于直接测量而进行的,间接测量的误差通过直接测量并借助给定的函数关系来确定。因此,狭义上通常将直接测量的误差计算称为误差计算,而将间接测量的误差计算称为误差传递。

此外,由于严格意义上的误差无法精确计算,只能通过各种方法进行近似估算,因此误差计算也称为误差的估算,并且可以采用多种方法进行估算。下面将介绍几种常用的误差估算方法。

2.3.1 直接测量的误差估算

由于测量过程中不可避免地存在随机误差,对同一物理量的多次测量结果不会完全相

同。假设在相同条件下对同一物理量进行了多次重复测量,获得了一组数据:$x_1,x_2,\cdots,x_n$。一般而言,这组数据彼此不同。如果将所有数据都列出作为测量结果显然不方便,而仅用其中任意一个测量值作为结果也不够全面。那么,应该用什么数值来表达这一组结果才合适呢?

1. 算术平均误差

(1)算术平均值原理。在相同条件下对同一物理量进行 n 次等精度重复测量,每次测量值分别为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$,真值为 X,则任意一次测量的误差为 $\Delta X_i=x_i-X$。对该式求和得到

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta X_i=\sum_{i=1}^{n}(x_i-X) \tag{2-3}$$

两边同除以 n,得

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta X_i=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-X) \tag{2-4}$$

令

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{2-5}$$

则得到

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta X_i=\bar{x}-X \tag{2-6}$$

根据随机误差的特性,当 n 足够大($n\to\infty$)时,$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta X_i\to 0$,则算术平均值($\bar{x}$)将趋近于真值($X$),我们可以将算术平均值作为多次测量的近似真值,即多次测量的最佳值。

(2)算术平均值在实验中的指导意义。根据算术平均值原理,在多次重复测量中,随机误差的抵偿性,使得算术平均值趋近于真值,即算术平均值的误差趋近于零。因此,增加测量次数有助于减小测量的随机误差,从而提高测量结果的可靠性。由此可见,在实验中应尽可能进行多次测量。

然而,测量次数并非越多越好。增加测量次数必然延长测量时间,从而增加保持测量条件稳定的难度。此外,测量次数过多可能导致测量者疲劳,从而引入更大的观测误差。因此,实际测量次数不宜过多。一般而言,在科学研究中,测量次数取 10～20 次;而在物理实验中,由于时间有限,可以取 5～10 次。

2. 测量列的标准误差

测量列是指在相同条件下对同一物理量进行多次重复测量所得的测量值集合。由于随机误差的存在,测量列中的各测量数据会有细微差异,标准误差是对这组数据可靠性的一种评估。

(1)测量列标准误差的概念。测量列的标准误差定义为:测量列中各测量值误差的平方和的平均值的平方根。

$$S_X=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-X)^2} \tag{2-7}$$

由于被测量的真值(X)是未知数,各测量值的误差也无法求出,因此无法直接用式(2-7)计算标准误差。

(2)测量列标准误差的计算公式。根据算术平均值原理,测量列中测量值的算术平均值

$(\bar{x})$是该测量列表示的被测量真值的最佳值。因此,在实验中我们用算术平均值代表真值,这样就可以得到测量列中各个测量值与算术平均值之间的差,称为偏差,即

$$d_i = x_i - \bar{x} \tag{2-8}$$

如果用偏差(d_i)来计算测量列的方差,理论分析表明,偏差(d_i)与误差(ΔX_i)的关系为

$$\sum (\Delta X_i)^2 = \frac{n}{n-1}\sum d_i^2 \tag{2-9}$$

将式(2-9)代入式(2-7),得到用偏差表示的标准误差的计算公式:

$$S_X = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} d_i^2} \tag{2-10}$$

(3)测量列标准误差的统计意义。标准误差不是测量值的实际误差,也不是误差范围,它仅对一组测量数据的可靠性进行估计。标准误差越小,测量的可靠性越高;反之,则测量的可靠性越低。那么,标准误差与各测量值的实际误差之间有何关系呢?根据随机误差的高斯理论,当测量列的标准误差为 S_X 时,测量列中任一测量值的误差有 68.3%的概率落在区间$[-S_X,+S_X]$内。

我们称区间$[-S_X,+S_X]$为置信区间,相应的概率 $P(S_X)=68.3\%$称为置信概率。

(4)算术平均值的标准误差。根据算术平均值原理,当测量次数趋于无穷时,算术平均值无限接近真值。然而,实际测量次数总是有限的,因此有限次测量的算术平均值与真值之间会存在一定的偏离。换言之,有限次测量的算术平均值也存在误差。例如,通过测量得到一组数据并计算出算术平均值作为测量结果,后续即使在完全相同的条件下重复测量,由于随机误差的影响,所得的平均值也可能不同,这就是算术平均值误差的表现。

理论分析表明,一组包含 n 个测量值的测量列的标准误差(S_X)与其算术平均值的标准误差$(S_{\bar{x}})$的关系为

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_X}{\sqrt{n}} \tag{2-11}$$

用偏差表示则为

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n} d_i^2} \tag{2-12}$$

这表示在区间 $[\bar{x}-S_{\bar{x}},\bar{x}+S_{\bar{x}}]$ 内包含真值(X)的概率为 68.3%。

由式(2-11)可见,随着测量次数的增加,$S_{\bar{x}}$ 减小,这就是通常所说的增加测量次数可以减小随机误差。但由于 $S_{\bar{x}}$ 与$\sqrt{n}$ 成反比,$S_{\bar{x}}$ 的减小速度远低于 n 的增长速率,故实际测量次数通常取 5~20 次。当 n 较大时,若要达到与 $n=20$ 时相同的置信概率,$S_{\bar{x}}$ 应乘以适当的因子。

【例 2-1】 用单摆测重力加速度的公式为 $g=\frac{4\pi^2 l}{T^2}$,对摆长 l 测量 10 次,测量结果如表 2-1 所示。

表 2-1　对摆长 l 的测量结果

测量次序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
l/cm	100.2	99.8	99.9	100.2	100.0	100.1	99.9	100.0	99.9	100.1

对周期 T 测量 5 次，测量结果如表 2-2 所示。

表 2-2　对周期 T 的测量结果

测量次序	1	2	3	4	5
T/s	2.001	2.002	1.998	2.003	1.997

求 l 和 T 的算术平均值 $\bar{l}$、$\bar{T}$，l 和 T 的算术平均偏差 Δl、ΔT，l 和 T 的标准偏差 S_l、S_T，l 和 T 的算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{l}}$、$S_{\bar{T}}$。

【解】 (1)算术平均值 $\bar{l}$ 和 $\bar{T}$。

$$\begin{aligned}\bar{l} &= \frac{1}{10}(100.2+99.8+99.9+100.2+100.0+100.1+99.9+\\&\quad 100.0+99.9+100.1)\\&= 100.01(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\bar{T} = \frac{1}{5}(2.001+2.002+1.998+2.003+1.997) = 2.0002(\text{s})$$

(2)算术平均偏差 Δl 和 ΔT。

$$\begin{aligned}\Delta l &= \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}|l_i - \bar{l}|\\&\approx \frac{1}{10}(0.2+0.2+0.1+0.2+0.0+0.1+0.1+0.0+0.1+0.1)\\&\approx 0.11(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta T &= \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}|T_i - \bar{T}|\\&\approx \frac{1}{5}(0.001+0.002+0.002+0.003+0.003)\\&\approx 0.0021(\text{s})\end{aligned}$$

(3)标准偏差 S_l 和 S_T。

$$S_l = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}(l_i-\bar{l})^2}{10-1}} = \sqrt{\frac{0.16}{9}} \approx 0.133(\text{cm})$$

$$S_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{5}(T_i-\bar{T})^2}{5-1}} = \sqrt{\frac{25\times 10^{-6}}{4}} \approx 0.0025(\text{s})$$

(4)算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{l}}$ 和 $S_{\bar{T}}$。

$$S_{\bar{l}} = \frac{S_l}{\sqrt{10}} \approx \frac{0.133}{3.16} \approx 0.0421(\text{cm})$$

$$S_{\bar{T}} = \frac{S_T}{\sqrt{5}} \approx \frac{0.0025}{2.24} \approx 0.00112(\text{s})$$

3. 仪器误差

测量是通过仪器或量具进行的。有些仪器较为粗糙或灵敏度较低，而有些仪器则精确

度较高或灵敏度较高，但任何仪器都存在误差。仪器误差指的是在正确使用仪器的前提下，测量结果可能存在的最大误差，用符号 Δ 表示。

(1)仪器的最大误差。仪器的精度通常由制造工厂和计量机构使用更精确的仪器、量具进行校准后给出(见附表 1)。

(2)仪器的标准误差。仪器的标准误差与仪器的最大误差之间存在以下关系。

①当仪器误差密度函数呈均匀分布时：

$$S=\frac{\Delta}{\sqrt{3}} \tag{2-13}$$

②当仪器误差密度函数呈正态分布时：

$$S=\frac{\Delta}{3} \tag{2-14}$$

2.3.2 间接测量的误差估算

上述讨论的误差计算方法适用于直接测量。在此基础上，我们可以进一步讨论间接测量的误差计算问题。间接测量的误差由直接测量通过一定的函数关系传递而来，这种关系称为误差的传递，相应的计算公式称为误差传递公式。接下来，我们将首先讨论误差传递公式的一般形式，然后将其应用于一些具体情况。

1. 误差传递公式的一般形式

设间接测量量 Z 与彼此独立的直接测量量 X, Y, W (只取 3 个)之间的函数关系为

$$Z=f(X,Y,W) \tag{2-15}$$

测量结果用平均值和绝对误差表示为

$$Z=\overline{Z}\pm\Delta Z \tag{2-16}$$

$$X=\overline{X}\pm\Delta X \tag{2-17}$$

$$Y=\overline{Y}\pm\Delta Y \tag{2-18}$$

$$W=\overline{W}\pm\Delta W \tag{2-19}$$

其中

$$\overline{Z}=f(\overline{X},\overline{Y},\overline{W}) \tag{2-20}$$

将 $f(X,Y,W)$ 在点 $(\overline{X},\overline{Y},\overline{W})$ 按泰勒级数展开为

$$Z=f(\overline{X},\overline{Y},\overline{W})\pm\left[\overline{\frac{\partial f}{\partial X}}\Delta X+\overline{\frac{\partial f}{\partial Y}}\Delta Y+\overline{\frac{\partial f}{\partial W}}\Delta W\right]+\cdots(\text{高阶小量}) \tag{2-21}$$

将此结果与假定的关系式(2-19)比较，忽略高阶小量，并考虑到误差传递中组合可能产生的最大值，取间接测量的绝对误差为

$$\Delta Z=\left|\overline{\frac{\partial f}{\partial X}}\right|\Delta X+\left|\overline{\frac{\partial f}{\partial Y}}\right|\Delta Y+\left|\overline{\frac{\partial f}{\partial W}}\right|\Delta W \tag{2-22}$$

相对误差为

$$\frac{\Delta Z}{|\overline{Z}|}=\left|\overline{\frac{\partial \ln f}{\partial X}}\right|\Delta X+\left|\overline{\frac{\partial \ln f}{\partial Y}}\right|\Delta Y+\left|\overline{\frac{\partial \ln f}{\partial W}}\right|\Delta W \tag{2-23}$$

根据标准差的定义，并考虑到 X、Y、W 是彼此独立的情况，可得标准误差传递公式的绝

对形式为

$$S_Z=\sqrt{\left(\overline{\frac{\partial f}{\partial X}}S_X\right)^2+\left(\overline{\frac{\partial f}{\partial Y}}S_Y\right)^2+\left(\overline{\frac{\partial f}{\partial W}}S_W\right)^2} \tag{2-24}$$

相对形式为

$$\frac{S_Z}{|\overline{Z}|}=\sqrt{\left(\overline{\frac{\partial \ln f}{\partial X}}S_X\right)^2+\left(\overline{\frac{\partial \ln f}{\partial Y}}S_Y\right)^2+\left(\overline{\frac{\partial \ln f}{\partial W}}S_W\right)^2} \tag{2-25}$$

其中，$\overline{\frac{\partial f}{\partial X}}$、$\overline{\frac{\partial \ln f}{\partial X}}$ 分别为$\frac{\partial f}{\partial X}$、$\frac{\partial \ln f}{\partial X}$ 在点$(\overline{X},\overline{Y},\overline{W})$ 处的值。

为更好地使用标准误差传递公式，说明如下。

(1)如果 Z 由 X、Y、W 按加(减)关系确定，常用标准误差传递公式的绝对形式。

(2)如果 Z 由 X、Y、W 按乘(除)关系确定，常用标准误差传递公式的相对形式。

(3)若 X、Y、W 彼此不独立，还需计算相关系数(协方差)。例如，若 $Z=X\cdot Y$，在 $X=Y$(仅数值相等)的情况下与取 $X=Y$(X 与 Y 完全相关)时 $Z=X^2$ 的误差传递结果是不同的。

因为，当 $Z=X\cdot Y$ 时有

$$\frac{S_Z}{\overline{Z}}=\sqrt{\left(\frac{S_X}{\overline{X}}\right)^2+\left(\frac{S_Y}{\overline{Y}}\right)^2}$$

而当 $X=Y$ 且完全相关时，

$$\frac{S_Z}{\overline{Z}}=2\cdot\frac{S_X}{\overline{X}}$$

由此可见，前者在 $X=Y$ 时仅为数值相等，仍然是两个独立的变量；而后者为完全相关，即 X 与 Y 是同一个变量，故误差传递结果不同。

2. 误差传递公式的具体形式

为了实际计算方便，我们将一些常见函数关系的误差传递公式列于表 2-3 中。

表 2-3　常见函数关系的误差传递公式

函 数 关 系	一般误差传递公式	标准误差传递公式
$Z=X\pm Y$	$\Delta Z=\Delta X+\Delta Y$	$S_Z=\sqrt{S_X^2+S_Y^2}$
$Z=X\cdot Y$	$\frac{\Delta Z}{Z}=\frac{\Delta X}{X}+\frac{\Delta Y}{Y}$	$\frac{S_Z}{Z}=\sqrt{\left(\frac{S_X}{X}\right)^2+\left(\frac{S_Y}{Y}\right)^2}$
$Z=kX$	$\Delta Z=k\cdot\Delta X$	$S_Z=kS_X$
$Z=\sqrt[k]{X}$	$\frac{\Delta Z}{Z}=\frac{1}{k}\cdot\frac{\Delta X}{X}$	$\frac{S_Z}{Z}=\frac{1}{k}\cdot\frac{S_X}{X}$
$Z=\frac{X^pY^q}{W^r}$	$\frac{\Delta Z}{Z}=p\frac{\Delta X}{X}+q\frac{\Delta Y}{Y}+r\frac{\Delta W}{W}$	$\frac{S_Z}{Z}=\sqrt{\left(\frac{pS_X}{X}\right)^2+\left(\frac{qS_Y}{Y}\right)^2+\left(\frac{rS_W}{W}\right)^2}$
$Z=\sin X$	$\Delta Z=\lvert\cos X\rvert\Delta X$	$S_Z=\lvert\cos X\rvert S_X$
$Z=\ln X$	$\Delta Z=\frac{\Delta X}{X}$	$S_Z=\frac{S_X}{X}$

2.4 测量结果的评定与不确定度

测量的目的不仅在于获得待测物理量的近似值,还在于对该近似值的可靠性进行评定(指出误差范围)。因此,我们必须掌握不确定度的相关概念。接下来将结合对测量结果的评定,讨论不确定度的概念、分类和合成等问题。

2.4.1 不确定度的含义

在物理实验中,经常需要对测量结果进行综合评定,这时引入不确定度的概念。不确定度是对“误差可能范围的测量程度”的一种表达,表征测量结果代表被测量值的程度,即因测量误差的存在而使被测量值不能完全确定的程度。因此,不确定度是衡量测量质量的重要指标,用不确定度对测量数据进行评定可以更合理地反映测量结果的可靠性。

对于具体的物理实验数据,不确定度指的是测量值(近似真值)附近的一个范围,测量值与真值之差(误差)可能落在该范围内。不确定度小,测量结果的可信赖程度高;不确定度大,测量结果的可信赖程度低。在实验和测量工作中,不确定度近似于“不确知”“不明确”“不可靠”或“有质疑的程度”,是一种估计。由于误差是未知的,不可能直接指出误差值来说明可信度,因此只能通过某种可能的误差范围来表示可信赖程度,从而不确定度更能表征测量结果的性质和质量。

用不确定度来评定实验结果的误差,可以综合不同来源的误差对结果的影响,同时其计算也反映了这些误差所遵循的分布规律,这更准确地表述了测量结果的可靠性。因此,采用不确定度的概念是必要的。

2.4.2 测量结果的表示和合成不确定度

在进行物理实验时,需要表示出测量的最终结果。这个结果中既要包含被测量的近似真实值 ($\bar{x}$),还要包含测量结果的不确定度(σ),并且要反映出物理量的单位。因此,测量结果的标准表达式为

$$x=\bar{x}\pm\sigma\,(\text{单位}) \tag{2-26}$$

式中,x 为**被测量**;$\bar{x}$ 为测量的**近似真实值**;σ 为**合成不确定度**,通常保留一位有效数字。这种表达形式反映了三个基本要素:测量值、合成不确定度和单位。

在物理实验中,如果直接测量时不需要对被测量值进行系统误差的修正,则通常将多次测量的算术平均值 $\bar{x}$ 作为近似真实值;若实验中只需测一次或只能测一次,则该次测量值即为被测量的近似真实值。如果需要对被测量值进行系统误差的修正,通常将已知的系统误差(绝对值和符号确定且可估计出的误差分量)从算术平均值或单次测量值中减去,从而得到修正后的测量值作为近似真实值。例如,使用螺旋测微器测量长度时,应从测量结果中减去螺旋测微器的零误差。对于间接测量,$\bar{x}$ 为通过计算得到的测量值。

在测量结果的标准表达式中,范围 $[\bar{x}-\sigma,\bar{x}+\sigma]$ 表示待测物理量的真值有 68.3%的概率落在区间 $[\bar{x}-\sigma,\bar{x}+\sigma]$ 内,因此不应误认为测量值必然落在该区间内。

在上述标准表达式中，近似真实值、合成不确定度和单位三个要素缺一不可，否则无法全面表达测量结果。同时，近似真实值 ($\overline{x}$) 的末位数应与不确定度的位数对齐，且近似真实值 ($\overline{x}$) 与不确定度(σ)的数量级和单位应一致。

在不确定度合成中，需综合考虑系统误差和随机误差等因素，提出了统计不确定度(A类)和非统计不确定度(B类)的概念。合成不确定度 (σ) 是通过两类不确定度分量(A类和B类)求“方和根”得到的。

A类不确定度用 S_i 表示，B类不确定度用 B_i 表示，则合成不确定度为

$$\sigma = \sqrt{\sum S_i^2 + \sum B_i^2} \tag{2-27}$$

2.4.3 合成不确定度的两类分量

物理实验中的不确定度一般主要来源于测量方法、测量人员、环境波动、测量对象的变化等。计算不确定度时，首先对可修正的系统误差进行修正，将各来源的误差按照计算方法分为两类：用统计方法计算的不确定度(A类)和用非统计方法计算的不确定度(B类)。

1. A类不确定度(统计不确定度)

A类不确定度(统计不确定度)是指可以采用统计方法(具有随机误差性质)计算的不确定度，如测量读数的分散性、测量时的温度波动影响等。这类统计不确定度通常认为服从正态分布，通常用算术平均值的标准差表示，即

$$S_i = S_{\overline{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n(n-1)}} \tag{2-28}$$

式中，$i=1,2,\cdots,n$ 表示测量次数。

此外，在计算A类不确定度时，也可以使用最大偏差法、极差法、最小二乘法等方法。本书仅采用“贝塞尔公式法”，并着重讨论由读数分散性引起的不确定度。

2. B类不确定度(非统计不确定度)

B类不确定度(非统计不确定度)是指用非统计方法计算或评定的不确定度，例如因实验室测量仪器不准确、量具磨损老化而引起的误差。本书对B类不确定度的评定采用估计方法简化处理。由于仪器不准确程度主要用仪器误差容限(参见附录1)表示，因此，因仪器不准确产生的B类不确定度可以表示为

$$B_i = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \tag{2-29}$$

式中，Δ 为仪器误差或仪器的基本误差、允许误差或显示数值误差。

对B类不确定度的估算主要分以下两种情况讨论。

(1)已知仪器的准确度等级。对于已知准确度的仪器，通常以其准确度作为误差大小。例如，对于一个量程为150 mA、准确度为0.2级的电流表，测量某次电流读数为131.2 mA。要估计其误差，则按0.2级准确度计算出最大绝对误差为0.3 mA。

(2)未知仪器的准确度等级。在这种情况下，应根据所用仪器的精密度、灵敏度、测试者的分辨能力以及观测环境条件等因素进行估算，以使误差估计尽可能符合实际情况。一般

来说，对于连续读数的仪器，最大读数误差可取为仪器最小刻度值的一半；对于无法估计的非连续读数仪器（如数字式仪表），则取最末位数的一个最小单位。

2.4.4　测量结果的不确定度计算

1. 直接测量的不确定度计算

在直接测量的不确定度合成问题中，A 类不确定度主要关注在多次等精度测量条件下读数分散引起的不确定度，使用“贝塞尔公式”计算 A 类不确定度。B 类不确定度则主要讨论因仪器不准确引起的不确定度。因此，获得实验结果时，需包括被测量近似真实值的确定，A、B 两类不确定度的计算，以及合成不确定度的计算。

下面分别分析单次测量和多次测量两种情况下的不确定度计算。

（1）单次测量的不确定度计算。

【例 2-2】　采用感量为 0.1 g 的物理天平称量某物体的质量，读数值为 35.41 g，求物体质量的测量结果。

【解】　采用物理天平称物体的质量时，重复测量的读数通常相同，因此一般只需进行单次测量即可。

单次测量的读数即为近似真实值，$m=35.41$ g。

物理天平的“示值误差”通常取感量的一半，并作为仪器误差，即

$$B_i = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0.05}{\sqrt{3}} = 0.03(\mathrm{g})$$

合成不确定度为

$$\sigma = B_i = 0.03\ \mathrm{g}$$

因此，测量结果为

$$m = (35.41 \pm 0.03)\mathrm{g}$$

在例 2-2 中，由于为单次测量，故 A 类不确定度为零，即 $S_i=0$，因此 $\sigma=B_i$，即单次测量的合成不确定度等于非统计不确定度。但是，这一结论并不意味着单次测量的 σ 值较小，因为当 $n=1$ 时，A 类不确定度的标准偏差发散。随机分布特征是客观存在的，测量次数 n 越大，置信概率越高，测量平均值越接近真值。

（2）多次测量的不确定度计算。增加重复测量次数有助于减小平均值的标准误差，从而提高测量精度。但是需要注意的是，随着测量次数的增加，平均值的标准误差的减小速度逐渐变缓，当测量次数超过 10 次时，平均值减小的效果便不明显了。因此，通常测量次数在 5～10 次为宜。

【例 2-3】　用螺旋测微器（分度值为 0.01 mm）测量小钢球的直径 d，6 次测量值（单位：mm）分别为

$$11.922, 11.923, 11.922, 11.922, 11.922, 11.923$$

试写出测量结果的标准表达式。

【解】 ①求直径 d 的算术平均值。

$$\bar{d}=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}d_i=\frac{1}{6}(11.922+11.923+11.922+11.922+11.922+11.923)$$
$$=11.922(\mathrm{mm})$$

②计算 A 类不确定度。

$$S_i=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{6}(d_i-\bar{d})^2}{6(6-1)}}=\sqrt{\frac{(11.922-11.922)^2+(11.923-11.922)^2+\cdots}{6(6-1)}}$$
$$=0.000\,3(\mathrm{mm})$$

③计算 B 类不确定度。螺旋测微器的仪器误差通常取分度值的一半作为不确定度，因此

$$\Delta=\frac{0.01}{2}=0.005(\mathrm{mm})$$

所以有

$$B_i=\frac{\Delta}{\sqrt{3}}=\frac{0.005}{\sqrt{3}}=0.003(\mathrm{mm})$$

④计算合成不确定度。

$$\sigma=\sqrt{S_i^2+B_i^2}=\sqrt{0.000\,3^2+0.003^2}$$

式中，由于 $0.000\,3^2<\frac{1}{3}\times0.003^2$，故可以略去 S_i，于是

$$\sigma\approx B_i=0.003\ \mathrm{mm}$$

⑤测量结果的标准表达式为

$$d=\bar{d}\pm\sigma=(11.922\pm0.003)\mathrm{mm}$$

从例 2-3 中可以看出，当某些不确定度分量的数值较小时，相对而言可以略去不计。在合成不确定度的计算中，如果某一平方值小于另一平方值的 1/3，则该项可以忽略不计。这一结论称为微小误差准则。在数据处理时，利用微小误差准则可减少不必要的计算。不确定度的计算结果一般应保留一位有效数字，多余的位数按有效数字的四舍五入规则处理。

在评价测量结果时，有时需要引入**相对不确定度**的概念。相对不确定度定义为

$$E_\sigma=\frac{\sigma}{\bar{x}}\times100\%\tag{2-30}$$

E_σ 的结果一般应保留两位有效数字。

此外，有时还需要将测量结果的近似真实值 ($\bar{x}$) 与公认值 (x_0) 进行比较，得出测量结果的百分偏差(B)。百分偏差定义为

$$B=\frac{|\bar{x}-x_0|}{x_0}\times100\%\tag{2-31}$$

百分偏差的结果一般也应保留两位有效数字。

2. 间接测量的合成不确定度计算

间接测量的近似真实值和合成不确定度是由直接测量结果通过函数式计算出来的。由

于直接测量存在误差，间接测量也必然包含误差，这就是误差的传递。直接测量值及其误差与间接测量值误差之间的关系称为误差传递公式。设间接测量的函数关系为

$$N = F(x, y, z, \cdots) \tag{2-32}$$

式中，N 为间接测量的量，依赖于 K 个直接测量的物理量 $x, y, z, \cdots$。各直接观测量的测量结果分别为

$$x = \bar{x} \pm \sigma_x \tag{2-33}$$

$$y = \bar{y} \pm \sigma_y \tag{2-34}$$

$$z = \bar{z} \pm \sigma_z \tag{2-35}$$

……

(1)将各个直接测量量的近似真实值代入函数表达式中，即可得到间接测量的近似真实值。

$$\bar{N} = F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \cdots) \tag{2-36}$$

(2)求间接测量的合成不确定度。由于不确定度均为微小量，相似于数学中的微小增量，对函数式 $N = F(x, y, z, \cdots)$ 求全微分可得

$$\mathrm{d}N = \frac{\partial F}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial F}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial F}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \tag{2-37}$$

式中，$\mathrm{d}N, \mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z, \cdots$均为微小量，代表各变量的微小变化，$\mathrm{d}N$ 的变化由各变量的变化决定；$\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}, \cdots$ 为函数对各自变量的偏导数。

将上面全微分式中的微分符号 d 改为不确定度符号 σ，并将各项求“方和根”，即得到间接测量的合成不确定度：

$$\sigma_N = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\sigma_z\right)^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{K}\left(\frac{\partial F}{\partial A_K}\sigma_{A_K}\right)^2} \tag{2-38}$$

式中，K 为直接测量量的个数；A 代表自变量 $x, y, z, \cdots$ 的直接观测量。

式(2-38)表明，当间接测量的函数式确定后，通过测量得到各直接观测量的结果，将各直接观测量的不确定度 σ_{A_K} 乘以函数对各自变量(直接测量量)的偏导数 $\frac{\partial F}{\partial A_K}\sigma_{A_K}$，并求“方和根”，即得出间接测量结果的不确定度。

如果间接测量的函数表达式为积和商(或包含和差的积商形式)，为了简化运算，可以先对函数式两边取自然对数，再求全微分：

$$\frac{\mathrm{d}N}{N} = \frac{\partial \ln F}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial \ln F}{\partial y}\mathrm{d}y + \frac{\partial \ln F}{\partial z}\mathrm{d}z + \cdots \tag{2-39}$$

同样，将微分符号替换为不确定度符号，再求“方和根”，即得到间接测量的相对不确定度(E_N)，即

$$\begin{aligned} E_N = \frac{\sigma_N}{N} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \ln F}{\partial x}\sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial y}\sigma_y\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln F}{\partial z}\sigma_z\right)^2} \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^{K}\left(\frac{\partial \ln F}{\partial A_K}\sigma_{A_K}\right)^2} \end{aligned} \tag{2-40}$$

已知 E_N、$\overline{N}$，由式(2-40)可以求出合成不确定度：

$$\sigma_N = \overline{N} \cdot E_N \tag{2-41}$$

【例 2-4】 已知电阻 $R_1=(50.2\pm0.5)\Omega$，$R_2=(149.8\pm0.5)\Omega$，求它们串联后的电阻 R 及其合成不确定度 σ_R。

【解】 串联电阻的总阻值为

$$R=R_1+R_2=50.2+149.8=200.0(\Omega)$$

合成不确定度为

$$\sigma_R = \sqrt{\sum_1^2 \left(\frac{\partial R}{\partial R_i}\sigma_{R_i}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial R_1}\sigma_{R_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial R_2}\sigma_{R_2}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\sigma_{R_1}^2 + \sigma_{R_2}^2} = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = 0.7(\Omega)$$

相对不确定度为

$$E_R = \frac{\sigma_R}{R} = \frac{0.7}{200.0} \times 100\% = 0.35\%$$

测量结果为

$$R=(200.0\pm0.7)\Omega$$

在例 2-4 中，由于 σ_{R_1} 和 σ_{R_2} 都已知，因此 R 的合成不确定度是各个直接观测量不确定度的平方和再开方。

【例 2-5】 测量金属环的内径 $D_1=(2.880\pm0.004)\text{cm}$，外径 $D_2=(3.600\pm0.004)\text{cm}$，厚度 $h=(2.575\pm0.004)\text{cm}$。试求环的体积 V 及测量结果。

【解】 环的体积公式为

$$V = \frac{\pi h}{4}(D_2^2 - D_1^2)$$

①环体积的近似真实值为

$$V = \frac{\pi h}{4}(D_2^2 - D_1^2)$$
$$= \frac{\pi \times 2.575}{4}(3.600^2 - 2.880^2) = 9.436(\text{cm}^3)$$

②求相对不确定度。将环的体积公式两边取自然对数：

$$\ln V = \ln\frac{\pi}{4} + \ln h + \ln(D_2^2 - D_1^2)$$

再求全微分得

$$\frac{\mathrm{d}V}{V} = 0 + \frac{\mathrm{d}h}{h} + \frac{2D_2\mathrm{d}D_2 - 2D_1\mathrm{d}D_1}{D_2^2 - D_1^2}$$

代入不确定度符号后，相对不确定度为

$$E_V = \frac{\sigma_V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{2D_2\sigma_{D_2}}{D_2^2 - D_1^2}\right)^2 + \left(\frac{-2D_1\sigma_{D_1}}{D_2^2 - D_1^2}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{0.004}{2.575}\right)^2 + \left(\frac{2\times3.600\times0.004}{3.600^2 - 2.880^2}\right)^2 + \left(\frac{-2\times2.880\times0.004}{3.600^2 - 2.880^2}\right)^2}$$
$$=0.0081=0.81\%$$

③计算合成不确定度。代入数据计算得

$$\sigma_V = V \cdot E_V = 9.436 \times 0.0081 = 0.08(\mathrm{cm}^3)$$

④环体积的测量结果为

$$V=(9.44 \pm 0.08)\mathrm{cm}^3$$

在标准表达式中，$V=9.436\ \mathrm{cm}^3$的末尾数应与不确定度的位数对齐，因此根据数字修约原则，将小数点后第三位数“6”进位至百分位，得到 $9.44\ \mathrm{cm}^3$。

2.5 有效数字及其运算法则

在物理实验中，经常需要记录大量测量数据，这些数据应当反映出被测量的实际大小，并包含全部的有效数字。在实验观测、读数、计算和结果表达中，哪些数字能反映被测量的实际大小应予以保留，哪些不应保留，这与有效数字及其运算法则有关。

前面已经提到，测量不可能得到被测量的真实值，所得结果只是近似值。实验数据的记录反映了这一近似值的大小，并在某种程度上表明了误差的范围。因此，有效数字是对测量结果的一种准确表示，它应当仅包含有意义的数字，而不应有无意义的数字。

例如，将测量结果表示为(54.281 7±0.05)cm 是错误的，由不确定度 0.05 cm 可以看出，第二位小数“0.08”已不可靠，再写出它后面的数字没有实际意义。正确的表示应为(54.28±0.05)cm。

测量结果的正确表示对于初学者来说是一个难点，因此必须重视，并通过多次强调和练习，逐步形成正确表示测量结果的良好习惯。

2.5.1 有效数字的概念

任何一个物理量的测量结果都会或多或少存在误差，因此，物理量的数值不应当无止境地写下去；写多了没有实际意义，而写少了又不能较真实地表达该物理量。这使得物理量的数值不同于数学中的精确数，从而引入了有效数字的概念。

例如，用最小分度值为 1 mm 的米尺测量物体的长度，读数为 5.63 cm。其中“5”和“6”是从米尺的刻度上准确读出的，可以认为是**可靠数字**；末尾的“3”是在米尺最小分度值下一位上估计出来的，称为**欠准数字**，即不完全准确的数字。尽管欠准数字可能有误差，但它并非无中生有，而是有意义的，使测量值更接近真实值并能更好地反映实际。因此，测量值应当保留这一位，即使欠准数字是 0 也不能舍去。测量结果应保留且只能保留一位欠准数字。因此，**有效数字**定义为：几位可靠数字加上一位欠准数字。有效数字的位数即为有效数字的个数，如上述 5.63 cm 为三位有效数字。

有效数字的位数与十进制单位的变化无关，即与小数点的位置无关。因此，用以表示小数点位置的 0 不算有效数字；当 0 不用于表示小数点位置时，它与其他数字具有同等地位，均为有效数字。在确定有效数字的位数时，第一个非零数字左侧的 0 不算在内，而第一个非零数字右侧的 0 则算作有效数字。例如，0.013 5 m 为三位有效数字，且 0.013 5 m、1.35 cm 和 13.5 mm 三者等效，仅是采用了米、厘米和毫米作为不同的单位；1.030 m 为四位有效数字。

有效数字还可反映测量工具的最小刻度值。例如，0.013 5 m 是用最小刻度为毫米的尺子测量的，而 1.030 m 则是用最小刻度为厘米的尺子测量的。因此，正确理解有效数字的概念对物理实验具有重要意义。

2.5.2 直接测量的有效数字记录

在物理实验中，通常仪器显示的数字均为有效数字(包括最后一位估计的读数)，这些数字都应读出并记录下来。当仪器显示的最后一位数字是 0 时，该 0 也必须读出并记录。对于有分度的仪表，读数应根据人眼的分辨能力精确到最小分度的十分之一。

在记录直接测量的有效数字时，通常采用一种称为**标准式**的写法，即只写出有效数字，而将数量级用 10^n 的形式表示。

(1)根据有效数字的规定，测量值的最末一位一定是欠准数字，此位应与仪器误差的位数对齐。仪器误差在某一位上发生，测量数据的欠准位就应记录到该位，既不能多记也不能少记，即使估计数是 0 也必须写出，否则与有效数字的规定不符。例如，用米尺测量得物体长度为 52.4 mm 与 52.40 mm，表示两个不同的测量值，代表不同精度的仪器，误差也不同，不能等同看待。这表明测量 52.4 mm 的仪器精度较低，而测量 52.40 mm 的仪器精度较高。

(2)根据有效数字的规定，仪器上读出的数值中有效数字的中间和末尾的 0 均应算作有效数字。例如，6.003 cm 和 4.100 cm 均为四位有效数字。记录数据时，有时为了定位需要在小数点前添加 0，但该 0 不算作有效数字。例如，0.048 6 m 只有三位有效数字，而非四位有效数字。

(3)根据有效数字的规定，在进行十进制单位换算时，测量数据的有效位数保持不变。例如，4.51 cm 换算为米或毫米可以表示为 0.045 1 m 或 45.1 mm，这两个数仍然是三位有效数字。为避免在单位换算时出现一长串数字，或在计数时错位，通常采用科学记数法，在小数点前保留一位整数，用 10^n 表示，如 4.51×10^{-2} m 或 4.51×10^{-5} km，这样既简明清晰，又便于计算和确定有效数字的位数。

(4)根据有效数字的规定，直接测量结果的有效位数取决于被测物体的大小和所用仪器的精度。对于同一被测物，高精度仪器测量的有效位数较多，低精度仪器测量的有效位数较少。例如，测量长度约为 3.7 cm 的物体，若使用最小分度为 1 mm 的米尺，数据为 3.70 cm；若使用螺旋测微器(最小分度值为 0.01 mm)，测量值为 3.700 0 cm。显然，螺旋测微器的精度高于米尺，因此测量结果的位数也更多。同样，被测物体较小时，测量结果的有效位数较少。正确记录测量值的有效数字能够反映测量仪器的精度，因此，有效数字的记录位数与测量仪器精度密切相关。

2.5.3 有效数字的运算法则

在有效数字的计算中，参加运算的分量可能较多，各分量的数值大小和有效数字的位数也不相同。在运算过程中，有效数字的位数可能越来越多，除不尽时有效数字的位数也会无止境增加。即便使用计算器，也会遇到中间数的取位问题以及如何简化计算的问题。测量结果的有效数字只能保留一位欠准数字。根据这一原则，为避免因计算引入误差并影响结

果，同时使计算过程尽量简洁，做以下约定。

1. 加法和减法运算

$$478.\underline{2}+3.46\underline{2}=481.\underline{6}\underline{6}\underline{2}=481.\underline{7}$$

$$49.2\underline{7}-3.\underline{4}=45.\underline{8}7=45.\underline{9}$$

大量计算表明，当多个数进行加法或减法运算时，和或差的结果的欠准数字的位置应与参与运算的各数中欠准数字位置最高者一致。因此，在加法或减法中，可先将多余位数修约，保留欠准数字的多一位进行计算，最后结果按保留一位欠准数字处理。这样可以减少烦琐的计算。

推论 1：由若干直接测量值进行加法或减法可知，选择精度相同的仪器进行测量最为合理。

2. 乘法和除法运算

$$834.\underline{5}\times 23.\underline{9}=199\underline{4}\underline{4}.\underline{5}\underline{5}=1.9\underline{9}\times 10^4$$

$$2\,569.\underline{4}\div 19.\underline{5}=13\underline{1}.\underline{7}\underline{6}\underline{4}\underline{1}\cdots=13\underline{2}$$

由此得出结论：用有效数字进行乘法或除法运算时，乘积或商的结果的有效数字位数应与参与运算数中有效数字最少者的位数相同。

推论 2：由若干个量进行乘法或除法可知，应按照有效位数一致的原则选择精度相同的仪器。

3. 乘方和开方运算

$$(7.32\underline{5})^2=53.6\underline{6}$$

$$\sqrt{32.\underline{8}}=5.7\underline{3}$$

由此得出结论：乘方和开方运算的有效数字的位数与其底数的有效数字的位数相同。

4. 自然数

自然数 1，2，3，4，…不是通过测量得出的，因此不存在欠准数字。自然数可以视为拥有无穷多位有效数字，因此书写时无需在后面添加 0。

5. 无理常数

无理常数如 π 的位数也可以视为多位有效数字。例如，当公式 $L=2\pi R$ 中的 $R=1.05$ m 时，π 的取值可为 3.142，则

$$L=2\times 3.142\times 1.05=6.60(\text{m})$$

6. 有效数字的修约(参见附录 2)

根据有效数字运算规则，为简化计算，在不影响最终结果所需有效数字位数(或欠准数字位置)的前提下，可在运算前或运算后对数据进行修约。

7. 中间运算过程

中间运算过程较结果要多保留一位有效数字。

2.6 数据处理方法

在物理实验中，测量得到的许多数据需要经过处理才能表示测量的最终结果。用简

明而严谨的方法将实验数据所代表的内在规律提炼出来的过程称为**数据处理**。数据处理指的是从获得数据到得出结果的整个加工过程。数据处理方法包括记录、整理、计算、分析、拟合等多种处理手段。本节将主要介绍列表法、作图法、图解法、逐差法、最小二乘法和微机法。

2.6.1 列表法

列表法是记录数据的基本方法。为了使实验结果一目了然，避免数据混乱或丢失，便于核对，列表法是最优的记录方式。通过将数据中的自变量和因变量一一对应排列，列表法可以清晰地表示相关物理量之间的关系，便于检查测量结果的合理性，及时发现问题，有助于找出相关量之间的联系并建立经验公式。列表法的使用要点如下。

(1)列表要简单明了，便于记录、运算和数据处理，便于清晰展示各量之间的关系。

(2)列表需标明符号的物理含义。表中各栏的物理量需用符号表示，并写明数据的单位和数量级，单位写在符号标题栏中，不需重复在各个数值上标记。

(3)列表形式灵活，可根据实际情况决定列出哪些项目。与其他项目联系不大的数值可以不列入表中。除原始数据外，也可将计算过程中的结果和最终结果列入表中。

(4)表格应正确反映测量精度。测量值和测量偏差需反映仪器的精度，确保结果的有效数字正确。一般记录表格还包括序号和名称。

一个设计合理的数据表格往往就是一份简明的实验报告。以下以使用螺旋测微器测量钢球直径 D 为例，示例表格及数据处理如表 2-4 所示。

表 2-4 钢球直径 D

仪器：螺旋测微器（一级），量程：0～25 mm，Δ=0.005 mm

测 量 序 次	初读数/mm	末读数/mm	直径 D/mm	$\bar{D}$/mm	S_D/mm
1	0.004	15.009	15.005	15.003 5	0.000 51
2	0.004	15.008	15.004		
3	0.005	15.007	15.002		
4	0.005	15.007	15.002		
5	0.004	15.008	15.004		
6	0.005	15.009	15.004		

由表 2-4 中数据可知：

A 类不确定度为

$$S_i = S_{\bar{D}} = 0.000\ 51\ \text{mm}$$

B 类不确定度为

$$B_i = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} = \frac{0.005}{\sqrt{3}} = 0.003(\text{mm})$$

合成不确定度为

$$\sigma = \sqrt{S_i^2 + B_i^2} = \sqrt{0.000\ 51^2 + 0.003^2} = 0.003(\text{mm})$$

最终测量结果为

$$D = \overline{D} \pm \sigma = (15.004 \pm 0.003)\text{mm}$$

相对不确定度为

$$E_D = \frac{\sigma}{\overline{D}} = \frac{0.003}{15.004} \times 100\% = 0.020\%$$

在运算过程中，平均值 ($\overline{D}$) 及其标准差 ($S_{\overline{D}}$) 应多保留一位有效数字，但 $\overline{D}$ 最终结果的有效数字与不确定度 σ 的末位对齐，以“末位对齐”原则确定 $\overline{D}$ 的有效数字的位数。

【例 2-6】 要求测量圆柱体的体积。圆柱体的高度 H 和直径 D 的实验数据记录如表 2-5 所示。

表 2-5 圆柱体的实验数据记录 单位：mm

测量次数 i	H_i	ΔH_i	D_i	ΔD_i
1	35.32	−0.01	8.135	0.000
2	35.30	−0.03	8.137	0.002
3	35.32	−0.01	8.136	0.001
4	35.34	0.01	8.133	−0.001
5	35.30	−0.03	8.132	−0.003
6	35.34	0.01	8.135	0.000
7	35.38	0.05	8.134	−0.001
8	35.30	−0.03	8.136	0.001
9	35.34	0.01	8.135	0.000
10	35.32	−0.01	8.134	−0.001
平均值	35.33		8.135	

注：ΔH_i 为测量值 H_i 的偏差，ΔD_i 为测量值 D_i 的偏差；测量 H_i 是用精度为 0.02 mm 的游标卡尺，仪器误差为 Δ=0.02 mm；测量 D_i 是用精度为 0.01 mm 的螺旋测微器，仪器误差为 Δ=0.005 mm。

【解】 根据表 2-5 中数据，可以计算出高度、直径和圆柱体体积的测量结果(近似真值和合成不确定度)为

$$H = (35.33 \pm 0.02)\text{mm}$$

$$D = (8.135 \pm 0.005)\text{mm}$$

$$V = (1.836 \pm 0.003) \times 10^3\ \text{mm}^3$$

2.6.2 作图法

作图法是处理实验数据的常用方法之一，它能直观地显示物理量之间的对应关系，揭示物理量之间的联系。作图法是在坐标纸上通过图形描述各物理量间的关系，将实验数据用几何图形表示出来的方法。其优点在于直观、形象，便于比较和研究实验结果，求出某些物理量或建立关系式等。为清晰地反映物理现象的变化规律并准确确定相关物理量的数值或

求出常数，作图时应注意以下几点。

1. 选择合适的坐标纸

当确定作图的参数后，根据函数关系选择合适的坐标纸，如直角坐标纸、单对数坐标纸、双对数坐标纸或极坐标纸等。本书主要使用直角坐标纸。

2. 确定坐标纸大小与坐标轴比例

坐标纸大小和坐标轴比例应根据测量的有效数字和结果的需要来确定。数据中的可靠数字在图中应明确标出，而欠准数字应为估计值。选择适当的 X 轴和 Y 轴比例，使图形充分占用图纸空间，不应局限在图纸的一角。坐标轴比例一般选择 1、2、5、10 等，便于读数和计算。除特殊情况外，数值的起点通常不必从零开始，X 轴和 Y 轴的比例可不同，以确保图形能大致充满整个坐标纸，布局美观合理。

3. 标明坐标轴

在直角坐标系中，通常将自变量设为横轴，因变量设为纵轴。用粗实线描绘坐标轴并用箭头表示方向，标注物理量名称和单位。坐标轴上应注明测量仪器的最小分度值，并注意有效数字。

4. 描点

根据测量数据，用直尺和笔尖将实验点准确标在相应位置。若一张图纸上有多条实验曲线，则每条曲线应采用不同的符号标记，如“×”“*”“△”等，以免混淆。

5. 连线

根据不同函数关系的数据分布，使用直线、光滑曲线或折线将实验点连接。连线需用直尺或曲线板绘制。如校准曲线中的数据点必须连成折线。因实验数据存在一定误差，绘制的图线不必通过所有点，而应使数据点均匀分布于图线两侧，使直线两侧点到直线的距离之和最小且接近相等。对偏离较大的个别点，应按异常数据剔除法进行分析，判断是否舍去，原始数据点仍需保留在图中。若两物理量关系确为线性或实验点在同一直线附近，则将实验点连成直线。

6. 写图名

作图完成后，在图纸下方或空白处标明图的名称、作者和作图日期，必要时附上简要说明，如实验条件等，便于读者理解。图名一般格式为：纵轴物理量～横轴物理量。

7. 粘贴

最后将图纸贴于实验报告的适当位置，便于教师批阅。

2.6.3　图解法

在物理实验中，绘制实验图线后，可以通过图线求出经验公式。图解法是根据实验数据绘制的图线，用解析法确定相应的函数形式。实验中常遇到的图线类型包括直线、抛物线、双曲线、指数曲线和对数曲线。尤其当图线为直线时，图解法更为简便。

1. 由实验图线建立经验公式的一般步骤

（1）根据解析几何知识确定图线的类型。

（2）通过图线类型推测公式的可能特征。

（3）利用半对数、对数或倒数坐标纸，将原曲线转换为直线。

(4)根据图线确定常数,构建经验公式,并用实验数据检验公式的准确性。

2. 用直线图解法求直线的方程

若实验图线为直线,则经验公式应为直线方程:

$$y=kx+b \tag{2-42}$$

要建立此方程,需要由实验数据直接求出斜率(k)和截距(b)。通常有以下两种方法。

(1)斜率截距法。在图线上选取两点 $P_1(x_1,y_1)$和 $P_2(x_2,y_2)$,尽量使点的坐标为整数,与实验点区分。所选两点应在实验范围内尽量分开,以减少误差。根据解析几何知识,直线方程中 k 为斜率,b 为截距。斜率 k 可用式(2-43)求得:

$$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \tag{2-43}$$

截距 b 为 $x=0$ 时的 y 值;若图线未给出 $x=0$ 段,可将直线延长与 y 轴相交并测量截距。若起点不为零,则可使用式(2-44)求出截距:

$$b=\frac{x_2y_1-x_1y_2}{x_2-x_1} \tag{2-44}$$

将 k 和 b 代入直线方程,即可得到经验公式。

(2)端值求解法。在实验图线的两端取两点(避免使用原始数据点),设坐标分别为(x_1,y_1)和(x_2,y_2)。将坐标值代入方程(2-42)联立求解 k 和 b。

$$\begin{cases} y_1=kx_1+b \\ y_2=kx_2+b \end{cases} \tag{2-45}$$

经验公式得出后需校验,校验方法如下:对于某个测量值 x_i,使用经验公式计算 y_i值,同时通过实验测得 y_i'值。计算偏差 $\delta=y_i'-y_i$,若各偏差之和 $\sum(y_i'-y_i)$ 接近零,则经验公式较为准确。

在一些实验中,仅需求出 k 和 b 而不必建立完整的经验公式。

【例 2-7】 金属导体的电阻随温度变化的测量值如表 2-6 所示。试求经验公式 $R=f(T)$以及电阻的温度系数。

表 2-6　金属导体的电阻随温度变化的测量值

温度 T/℃	19.1	25.0	30.1	36.0	40.0	45.1	50.0
电阻 R/μΩ	76.30	77.80	79.75	80.80	82.35	83.90	85.10

【解】 根据所测数据绘制 $R\sim T$ 曲线,如图 2-2 所示。

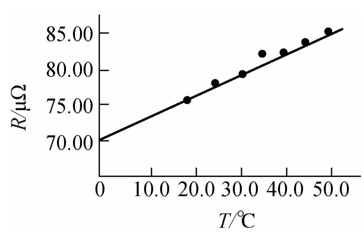


图 2-2　$R\sim T$ 曲线

根据图中直线的斜率和截距，可得经验公式：

$$R=kT+b$$

计算得到斜率 k 和截距 b 的具体值：

$$k=\frac{8.00}{27.0}=0.296(\mu\Omega/℃)$$

$$b=72.00\ \mu\Omega$$

于是得出经验公式为

$$R=0.296T+72.00$$

该金属导体的电阻温度系数为

$$\alpha=\frac{k}{b}=\frac{0.296}{72.00}=4.11\times10^{-3}(1/℃)$$

3. 曲线改直与曲线方程的建立

在实验中，许多物理量之间的关系并非线性的，因此直接从曲线图中建立经验公式往往较为困难。然而，通过适当的变换，可以将曲线转化为线性关系，再利用建立直线方程的方法解决问题。这种方法称为**曲线改直**。此方法不仅因为直线便于绘制，更重要的是直线的斜率和截距往往包含我们所需要的物理信息。例如：

(1)对于 $y=ax^b$，其中 a 和 b 为常量，可变换为

$$\lg y=b\lg x+\lg a$$

在此关系中，$\lg y$ 是 $\lg x$ 的线性函数，斜率为 b，截距为 $\lg a$。

(2)对于 $y=ab^x$，其中 a 和 b 为常量，可变换为

$$\lg y=(\lg b)x+\lg a$$

在此关系中，$\lg y$ 是 x 的线性函数，斜率为 $\lg b$，截距为 $\lg a$。

(3)对于 $PV=C$，其中 C 为常量，可变换为

$$P=C\frac{1}{V}$$

在此关系中，P 是 $1/V$ 的线性函数，斜率为 C。

(4)对于 $y^2=2px$，其中 p 为常量，可变换为

$$y=\pm\sqrt{2p}x^{1/2}$$

在此关系中，y 是 $x^{1/2}$ 的线性函数，斜率为 $\pm\sqrt{2p}$。

(5)对于 $y=\dfrac{x}{a+bx}$，其中 a 和 b 为常量，可变换为

$$\frac{1}{y}=a\frac{1}{x}+b$$

在此关系中，$1/y$ 是 $1/x$ 的线性函数，斜率为 a，截距为 b。

(6)对于 $s=v_0t+\dfrac{1}{2}at^2$，其中 v_0 和 a 为常量，可变换为

$$\frac{s}{t}=\frac{a}{2}t+v_0$$